PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

No. 9. 1. Mai 1913. Redaktionsschluß für No. 10 am 3. Mai 1913. 14. Jahrgang.

INHALT:

Originalmitteilungen:

W. Voigt, Über die Intensitätsverteilung innerhalb einer Spektrallinie. S. 377.

St. Landau u. H. Piwnikiewicz, Röntgenlumineszenz des Quecksilberdampfes. S. 381.

W. Kaufmann, Über eine Regel bezüglich der fluoreszierenden Röntgenstrahlen. S. 386.

W. Kaufmann, Demonstration fluoreszierender Röntgenstrahlung. S. 387.

D. A. Goldhammer, Ein neues Verfahren für die Spektral- und Polarisationsphotometrie der photographisch wirksamen Strahlen. S. 388.

E. Mayer, Die elektrometrische Methode der Leistungsmessung bei den Frequenzen der drahtlosen Telegraphie. S. 394.

R. W. Wood u. P. Zeeman, Eine Methode, feine Absorptionslinien für Untersuchungen in starken Magnetfeldern zu erhalten. S. 405.

P. Zeeman, Die rote Lithiumlinie. S. 405.

H. Thirring, Über die Selbstaufladung von Photozellen im Dunkeln und die Frage nach der aktiven Strahlung des Kaliums. S. 406.

O. Hahn u. M. Rothenbach, Beitrag zur Kenntnis der langlebigen Aktiniumprodukte. S. 409.

Th. Pöschl, Über das Prinzip der kleinsten Formänderungsarbeit. S. 410.

M. Siegbahn, Ein Verfahren zur Demonstration von Spektralplatten in ihren richtigen Farben. S. 412.

B. Thieme, Eine neue Type von Kleinmotoren für Laboratoriumsgebrauch. S. 412.

Besprechungen:

H. H. Amagat, Notes sur la physique et la thermodynamique. S. 413.

R. A. Houstoun, An Introduction to Mathematical physics. S. 414.

F. Rinne, Elementare Anleitung zu kristallographisch-optischen Untersuchungen vornehmlich mit Hilfe des Polarisationsmikroskops. S. 414.

F. Bolte, Leitfaden für den Unterricht in der Physik. S. 414.

P. H. Eykman, L'Internationalisme scientifique. S. 415.

W. Glikin, Kalorimetrische Methode. S. 415.

G. W. C. Kaye and J. H. Laby, Tables of physical and chemical constants and some mathematical functions. S. 415.

M. La Rosa, Der Äther. S. 415.

M. Galka, Technische Mechanik. I. S. 415.

F. Uppenborn, Lehrbuch der Photometrie. S. 416.

Personallen. S. 416.

Angebote. S. 416.

Gesuche. S. 416.

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Über die Intensitätsverteilung innerhalb einer Spektrallinie.

Von W. Voigt.

1. Das Gesetz der Intensitätsverteilung innerhalb der Linien eines Emissions- oder Absorptionsspektrums hat mehrfach bei im hiesigen Institut ausgeführten Untersuchungen eine Rolle gespielt und mich deshalb wiederholt zu theoretischen Entwickelungen veranlaßt, zuerst über den Einfluß innerer Absorption auf die Emission einer ausgedehnten inhomogenen Lichtquelle[1]) (und auch umgekehrt), sodann auch über das Elementargesetz der Emission und Absorption unendlich dünner Schichten[2]).

Für das letztere ist in zahlreichen Untersuchungen das aus der Drudeschen Absorptions- und Dispersionstheorie folgende angenommen worden, das sich aus dem bekannten Ansatz für die Bewegung eines Elektrons in einer Lichtwelle

$$m\ddot{\xi}+h\dot{\xi}+k\xi=eX, \quad \text{usf.}$$

ergibt, und ich habe mich desselben in meinen Arbeiten über Magnetooptik gleichfalls als einer für viele Zwecke brauchbaren einfachsten Annäherung bedient. Herr Lorentz[3]) hat diesen Ansatz aus der Vorstellung von Zusammenstößen der Elektronen mit Atomen oder Atomteilen begründet, und ich habe, da diese Vorstellung für sich allein zur Darstellung der auf die Breite der Emissions- und Absorptionslinien bezüglichen Erfahrungen nicht genügt, neuestens auch die (thermische) Translationsbewegung mit in Rechnung gesetzt[1]). Analoge Untersuchungen über das Emissionsvermögen sind nicht selten, so zuletzt von Schönrock[2]) und von Reiche[3]) durchgeführt worden. Ich bevorzuge aus mehrfach auseinandergesetzten Gründen die Behandlung des Absorptions- gegenüber dem Emissionsvorgang als sicherer und weiterreichend. In letzterer Hinsicht brauche ich nur daran zu erinnern, daß die Untersuchung der Absorption gleichzeitig das Gesetz des Brechungsindex liefert, und daß dieses in der nächsten Umgebung eines Absorptionsstreifens von dem Gesetz abhängig ist, das innerhalb des letzteren die Absorption befolgt.

Für den komplexen Brechungsindex n habe ich unlängst den Ausdruck gegeben[4]):

$$n^2-1=\frac{\pi\varepsilon^2}{mv_0}\sum_{\nu}\frac{N_\nu}{\beta'}\ln\frac{\mu-\beta'-i\alpha}{\mu+\beta'-i\alpha}. \qquad (1)$$

Hierin bezeichnen ε und m Ladung und träge

1) W. Voigt, Gött. Nachr. 1911, S. 71; Ann. d. Phys. **39**, 1381, 1912.

2) W. Voigt, Münch. Ber., 7. Dezember 1912.

3) H. A. Lorentz, Amsterd. Proc. 1906, p. 591.

1) W. Voigt, Münch. Ber., 7. Dezember 1912.

2) O. Schönrock, Ann. d. Phys. **22**, 209, 1907.

3) F. Reiche, Ber. d. D. Phys. Ges. 1913, S. 3. Ich erhielt diese Arbeit erst, nachdem die meinige vom Herbst 1912 in Druck gegeben war.

4) W. Voigt, l. c., Formel (19).

Masse des Elektrons, ν_0 seine Eigenfrequenz. (Es ist nur eine Elektronenart vorausgesetzt; im anderen Falle wäre eine Summe von Gliedern der hingeschriebenen Art zu nehmen.) N_v ist Anzahl der Elektronen in der Volumeneinheit mit Geschwindigkeiten zwischen V und $V+dV$. β' ist $= \nu_0 V/c$, α (bei Vernachlässigung einer anderen dämpfenden Ursache, also z. B. der Drudeschen Reibungskraft) die mittlere Stoßzahl eines Elektrons von der bezeichneten Geschwindigkeit in der Zeiteinheit, endlich μ die Differenz der betrachteten Frequenz ν gegen die Eigenfrequenz ν_0.

Die Formel ist gegenüber der allgemeinen, recht komplizierten[1]), bereits durch plausible Vernachlässigungen vereinfacht. Sie ist immerhin noch enorm kompliziert, da N_v und α komplizierte Funktionen von V sind.

2. Für den reellen Brechungsindex n und den Absorptionsindex $\varkappa$ ergibt sich aus (1)

$$\left.\begin{aligned} n^2(1-\varkappa^2)-1 &= \\ &= \frac{\pi\varepsilon^2}{2m\nu_0}\sum_v \frac{N_v}{\beta'}\ln\left(\frac{(\mu+\beta')^2+\alpha^2}{(\mu-\beta')^2+\alpha^2}\right) \\ 2n^2\varkappa &= \\ &= \frac{\pi\varepsilon^2}{m\nu_0}\sum_v \frac{N_v}{\beta'}\operatorname{arc\,tg}\left(\frac{2\alpha\beta'}{\mu^2+\alpha^2-\beta'^2}\right). \end{aligned}\right| \quad (2)$$

Ich werde an dieser Stelle nicht den Einfluß der verschiedenen Geschwindigkeiten V verfolgen, d. h. nicht die Folgerungen aus dem Maxwellschen Verteilungsgesetz benutzen, da für die praktischen Anwendungen, die ich im Auge habe, die Genauigkeit, die bei Vertauschung der variablen mit der mittleren Geschwindigkeit entsteht, ausreicht. Es soll also hier die Σ fortbleiben, N_v mit der Gesamtzahl N der Elektronen in der Volumeneinheit und α, β' je mit dem der mittleren Geschwindigkeit entsprechenden Parameter identifiziert werden.

Zunächst möge der dann sich ergebende Ausdruck für $2n^2\varkappa$ diskutiert werden, der bei Dämpfen mit innerhalb des Absorptionsstreifens wenig wechselndem n $(= n_0)$ auch geschrieben werden kann

$$n\varkappa = \frac{\pi\varepsilon^2}{2mn_0\nu_0}\frac{N}{\beta'}\operatorname{arc\,tg}\left(\frac{2\alpha\beta'}{\mu^2+\alpha^2-\beta'^2}\right). \quad (3)$$

$n\varkappa$ ist der Absorptionskoeffizient, der mit der Emission E der schwarzen Ebene multipliziert, zugleich die Emission einer unendlich dünnen Schicht des Körpers in einer gleichartigen Umgebung bestimmt.

Ist β' sehr klein neben α, so resultiert die Formel der Drudeschen Theorie

$$n\varkappa = \frac{\pi\varepsilon^2}{mn_0\nu_0}\frac{N_\alpha}{\mu^2+\alpha^2} \quad (4)$$

1) Formel (16).

(wobei sich dann α durch die Dämpfungskonstante ausdrückt

$$\alpha = h/2m).$$

Die verschiedenen an mit Natrium gefärbten Flammen im hiesigen Institut über die Emission angestellten Messungen gaben nun trotz Berücksichtigung der inneren Absorption systematische Abweichungen von den Folgerungen aus dieser Gleichung. Insbesondere fielen nach der Beobachtung die Intensitäten an den Rändern der Absorptionsstreifen merklich schneller zu verschwindenden Werten ab, als nach der Formel (4).

Da immerhin die rechnerische Berücksichtigung der innern Absorptionen einer Flamme nicht in Strenge möglich ist, so ließ die Sicherheit der auf Emissionsbeobachtungen gegründeten Schlüsse noch zu wünschen übrig. Herr Iwanow hat daher bei einer *Na*-, Herr Richter bei einer *Li*-Flamme, die beide so wenig gefärbt waren, daß ihre Emission für sich auf der photographischen Platte nicht zeichnete, Messungen über das Gesetz der Absorption innerhalb der betreffenden Streifen durchgeführt, die nun zur Vergleichung mit der Theorie ein einwandfreieres Material bieten.

3. Die nötigen photographischen Aufnahmen sind mit der einen Gitteraufstellung des Instituts, die photometrischen Ausmessungen mit dem uns von Professor Zenneck freundlichst geliehenen Hartmann-Photometer ausgeführt worden, wie dies Herr Iwanow[1]) beschrieben hat. Bei ihrer Verwertung war zu untersuchen, inwieweit die endliche Spaltbreite auf die Intensitätsverhältnisse der Photogramme Einfluß übt. Hat das Spaltbild in der Ebene der Aufnahme die Breite 2δ und ist $J(\xi)\,d(\xi)$ das Gesetz der Intensität an einer Stelle ξ bei unendlich kleiner Spaltbreite $(d\xi)$, dann ist die an einer Stelle x zur Wirkung kommende spezifische Intensität W gegeben durch

$$2\delta\cdot W(x) = \int_{x-\delta}^{x+\delta} J(\xi)\,d\xi. \quad (5)$$

Aus beobachtetem W soll auf J geschlossen werden. Man erhält in erster Annäherung

$$J = W - \frac{1}{6}\delta^2\cdot\frac{d^2W}{dx^2}, \quad (6)$$

eine Beziehung, die man leicht rechnerisch verwerten kann.

Die im folgenden besprochenen Aufnahmen an der roten *Li*-Linie, die der größeren Lichtstärke wegen in dem Spektrum erster Ordnung gemacht sind, hat Herr Richter nach dieser Methode korrigiert. Es sind dabei Änderungen

1) K. Iwanow, diese Zeitschr. **13**, 1112, 1912.

des Verlaufes entstanden (ein Herausdrängen der Kurven je nach der konvexen Seite), die an sich merklich, doch für die bestimmten Zwecke dieser Diskussion nur geringes Gewicht besitzen. Die von Herrn Iwanow an den gelben *Na*-Linien mit einem Spektrum zweiter Ordnung gemachten Aufnahmen sind unkorrigiert benutzt worden. (Nach während der Korrektur erhaltenen Angaben ist die Berechtigung hierzu allerdings recht zweifelhaft.)

Die Resultate der Beobachtung an der roten Lithium- und an den beiden gelben Natriumlinien sind in Fig. 1 und 2 dargestellt. Bei *Li* ist durch die ausgezogene Kurve der nach Reduktion der Beobachtungen sich ergebende Verlauf wiedergegeben, bei *Na* sind durch Kreuze (x) die direkten Messungen eingetragen. Man kann nach der Regelmäßigkeit der Kurven auf eine ziemlich große Zuverlässigkeit der Resultate schließen, doch sind einige Dissymmetrien auffallend, die besonders bei dem Vergleich der Kurven mit den eingetragenen symmetrisch liegenden berechneten Punkten (über deren Gewinnung sogleich zu sprechen sein wird) erkennbar werden und unzweifelhaft auf Beobachtungsfehlern beruhen.

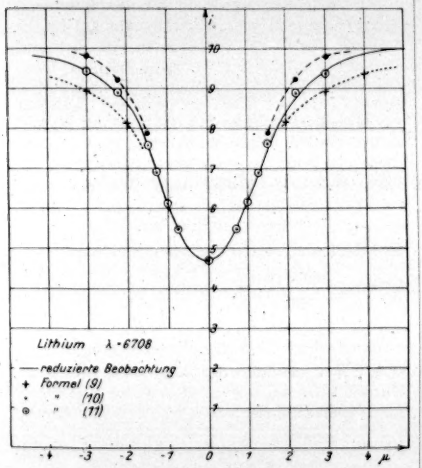


Fig. 1.

Es ist von Interesse, daß die maximalen Absorptionen bei den *Li*- und den *Na*-Linien beträchtlich verschieden sind, so daß die Anwendung der Theorie auf ziemlich verschiedene Verhältnisse gemacht werden kann.

4. Bei der Verwertung der erhaltenen Kurven ist so verfahren worden, wie Herr Iwanow[1]) auseinandergesetzt hat. Ist die in die Flamme einfallende Intensität J, dann die austretende

$$i = Je^{-\frac{4\pi}{\lambda}\int n\varkappa\, dx} = Je^{-p}, \qquad (7)$$

das Integral über die Dicke D der Flamme genommen.

Setzt man den Wert von i für $\mu = 0$ (wo $p = \bar{p}$ sei) gleich i_0 und denjenigen, für welchen p den Wert $\frac{1}{2}\bar{p}$ hat, gleich i_2, so bestimmt sich i_2 aus

$$i_2 = \sqrt{i_0 J}. \qquad (8)$$

Der diesem i_2 zugehörige Wert μ ist dann die halbe Halbwertsbreite, $= \frac{1}{2}\nu'$ in meiner früheren Bezeichnung.

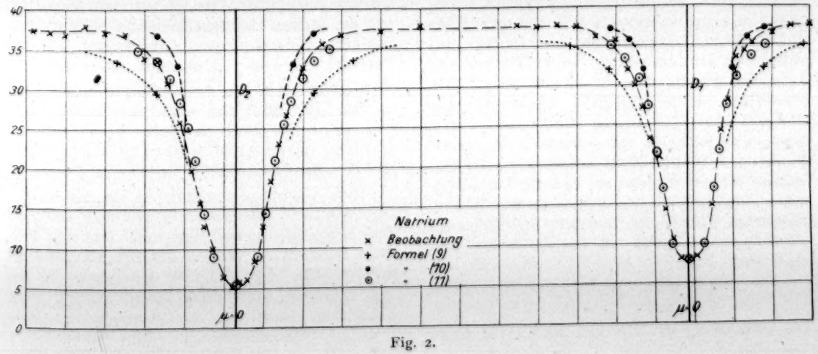


Fig. 2.

1) K. Iwanow, l. c., S. 1119.

Benutzen wir den Ausdruck (4) für $n\varkappa$ und rechnen mit mittleren Werten innerhalb der Flamme, so kann man setzen

$$p = \bar{p}\,\frac{a^2}{\mu^2 + a^2}, \qquad (9)$$

und die Parameter $\bar{p}$ und a aus den Beobachtungen über i_0, i_2, J, ν' berechnen. Mit der so numerisch völlig bestimmten Formel kann man dann auch den ganzen Verlauf von i als Funktion von μ darstellen.

Das Resultat der Rechnung ist in den Kurventafeln für einige μ durch Kreuze (+) dargestellt. Man sieht, daß die durch die Formel bestimmten Kurven an den Seiten der Absorptionsstreifen wesentlich flacher verlaufen als die beobachteten.

Als einen Extremfall bei ganz überwiegender Einwirkung der Translation über die Stöße erhält man auch bei Behandlung der Absorption[1]) das Rayleighsche Gesetz der Intensitätsverteilung. Man trägt dem Rechnung, wenn man setzt

$$p = \bar{p}\,e^{-q\mu^2}. \qquad (10)$$

Auch die Parameter dieser Funktion kann man mit Hilfe der auf die Halbwertsbreite bezüglichen Beobachtungen berechnen und dann den durch (7) bestimmten Verlauf der Intensität mit der Beobachtung vergleichen. Die ihm entsprechenden Werte sind in den Kurventafeln für einige μ durch Punkte (·) dargestellt. Man sieht, daß das Rayleighsche Gesetz an den Grenzen der Streifen einen zu jähen Fall ergibt.

Die Formel (3) liefert für p einen Ausdruck von der Form

$$p = \bar{p}\,\frac{\operatorname{arc\,tg}\dfrac{a}{\mu^2 - b}}{\operatorname{arc\,tg}\dfrac{a}{-b}}. \qquad (11)$$

Derselbe bietet natürlich durch die drei in ihm auftretenden Parameter von vornherein mehr Hilfsmittel zur Darstellung der Erfahrung. Ich habe für die drei Kurven in den Tafeln diese Parameter durch Probieren bestimmt, ohne übrigens Wert auf beste Übereinstimmung zu legen, und habe die mit denselben berechneten Punkte mit ⊙ bezeichnet eingetragen. Es kann keinem Zweifel unterliegen, daß die Formel (11) einen Verlauf von $n\varkappa$ innerhalb der Absorptionslinien liefert, der für viele praktische Anwendungen genügend mit der Erfahrung übereinstimmt.

Die Vergleichung von (11) mit (3) ergibt

$$a = 2\alpha\beta', \quad b = \beta'^2 - \alpha^2;$$

die Berechnung der *Li*- und *Na*-Kurven führte auf positive b; es überwiegt also bei den benutzten Flammen die Translation der Moleküle über die Wirkung der Zusammenstöße.

Die Zahlwerte, die den Berechnungen zugrunde liegen, sind

für *Li*: $a = 143$, $b = 65$,
„ *Na* D_1: $a = 36$, $b = 26$,
D_2: $a = 48$, $b = 32$.

Die bezüglichen Einheiten sind durch den Maßstab der Figuren gegeben. Bei *Na* haben sie insofern noch weitere Bedeutung, als in Fig. 2 sich die gegenseitige Entfernung von D_1 und D_2 ausgedrückt findet.

5. Was den Ausdruck für den Brechungsindex n angeht, so erhält man aus (2) bei Benutzung der in (3) verwendeten Annäherungen

$$n^2 - 1 = \frac{\pi\varepsilon^2 N}{2 m \nu_0 \beta'} \ln\left(\frac{(\mu+\beta')^2 + \alpha^2}{(\mu-\beta')^2 + \alpha^2}\right). \qquad (12)$$

Eine Vergleichung mit dem aus der Drudeschen Theorie folgenden Werte ist am einfachsten im Bereiche schwacher Absorption, wo allein auch nur Beobachtungen vorliegen.

Ist

$$2\mu\beta' < \mu^2 + \alpha^2 + \beta'^2,$$

so erhält man durch Reihenentwicklung

$$n^2 - 1 = \frac{2\pi\varepsilon^2 N}{m\nu_0} \cdot \frac{\mu}{\mu^2 + \alpha^2 + \beta'^2}\left(1 + \frac{1}{3}\left(\frac{2\mu\beta'}{\mu^2 + \alpha^2 + \beta'^2}\right)^2\right). \qquad (13)$$

(Für $\beta' = 0$ resultiert der Wert der Drudeschen Theorie.) Ist auch $\beta'^2 < \mu^2 + \alpha^2$, so ergibt (13) noch übersichtlicher

$$n^2 - 1 = \frac{2\pi\varepsilon^2 N}{m\nu_0} \frac{\mu}{\mu^2 + \alpha^2}\left(1 + \frac{\mu^2 - 3\alpha^2}{3(\mu^2+\alpha^2)^2}\beta'^2\right), \qquad (14)$$

wo nun der Faktor dem Resultat von Drudes Theorie entspricht. α (wie β') ist kommensurabel mit der halben Halbwertsbreite des Absorptionsstreifens. Wenn man also die Formel auf das Bereich schwacher Absorption anwendet, so wird man $\mu > \alpha\sqrt{3}$, $\mu^2 > 3\alpha^2$ annehmen dürfen. Es ergibt sich dann das Resultat, daß die neue Formel in dem bezeichneten Bereich den Absolutwert $n^2 - 1$ größer liefert als die alte.

Herr Roschdestwensky[1]) hat neuerdings bei *Na*-Dampf eine kleine Abweichung zwischen den beobachteten und den nach Drudes Formeln berechneten Werten der Brechungsindizes in der Nähe der D-Linien gefunden. Es ist von Interesse, daß diese Abweichungen dem Vorzeichen nach mit der Aussage der Formel (14) übereinstimmen. Eine quantitative

1) W. Voigt, Münch. Ber. 1912, S. 617.

1) Roschdestwensky, Ann. d. Phys. **39**, 307, 1912.

Vergleichung ist nicht möglich, da die Parameter der Absorptionslinien, mit denen Herr Roschdestwensky arbeitete, nicht bekannt sind.

Göttingen, Anfang April 1913.

(Eingegangen 6. April 1913.)

Die Röntgenlumineszenz des Quecksilberdampfes.

Von St. Landau und H. Piwnikiewicz.

Die Röntgenlumineszenz ist bisher noch sehr wenig untersucht worden, was, wie R. Pohl in seinem Buche über Röntgenstrahlen schreibt[1]), um so merkwürdiger ist, da ja gerade diese Eigenschaft zur Entdeckung dieser Strahlen geführt hat. Soviel den Verfassern bekannt, ist die Röntgenlumineszenz noch an keiner gasförmigen Substanz gefunden worden, weshalb auch die hier angegebenen Beobachtungen von einigem Interesse sein dürften.

Die *X*-Strahlenlumineszenz des Quecksilbers wird man von zwei Standpunkten aus untersuchen. Wir haben es hier erstens mit einem neuen Falle der Lichtemission einer spektroskopisch höchst interessanten Substanz, die besonders nach den neuesten Woodschen Untersuchungen die Aufmerksamkeit auf sich gelenkt hat, zu tun; es wird wichtig sein, die hier gewonnenen Tatsachen mit den früheren Beobachtungen zu verknüpfen. Anderseits aber wird man auch die Frage stellen, inwiefern die *X*-Strahlenlumineszenz von der Qualität der Röntgenstrahlen abhängig ist, und wie sie sich bei verschiedenen Arten homogener Röntgenstrahlen gestalten würde.

In der vorliegenden Arbeit haben wir die letzte Frage gänzlich unberücksichtigt gelassen. Es stand uns hauptsächlich im Wege der Mangel an experimentellen Hilfsmitteln, welche man sonst zur Verfügung hat. Aus demselben Grunde sind auch alle anderen Fragen nicht genügend erschöpft worden. Wir hoffen jedoch, in der nächsten Zeit darauf zurückkommen zu können.

I. Beobachtung der Lumineszenz.

Die Lumineszenz tritt nur bei hoher Temperatur des Quecksilbers auf. Wird ein kleines Glaskölbchen[2]), etwas Quecksilber enthaltend, ausgepumpt, mit einem Bunsenbrenner erwärmt und den Röntgenstrahlen ausgesetzt, so bemerkt man ein ziemlich intensives bläulichgrünes Leuchten. Beim Abkühlen des Dampfes und bei Abstellung der *X*-Strahlen hört die Erscheinung auf. Durch entsprechende Bleiblenden wird man das Röntgenstrahlenbündel und zugleich auch den Lichtkegel beliebig begrenzen können. Ein Lichtsaum wurde nicht beobachtet. Daß hier äußere elektrische Einflüsse nicht in Betracht kommen, kann durch Einhüllen in eine zur Erde abgeleitete Metallhülle bewiesen werden. Wir haben unsere Beobachtungen (siehe unten) ausgeführt, indem wir ein Glasrohr mit Quecksilber in einer doppelten geerdeten Metallhülle erwärmten.

Am einfachsten beobachtet man wohl die Lumineszenz in einem offenen langhalsigen Glaskölbchen oder in einer langen Probierröhre, die man mit einem Glaswattebausch verstopft, nachdem man etwas Quecksilber eingegossen hat. Beim Sieden verdrängt der Quecksilberdampf die anderen Gase, und die Fluoreszenz ist in den niederen Schichten gut wahrnehmbar.

Die Beobachtung geschieht ebenso gut parallel, wie auch senkrecht zu den *X*-Strahlen. Wir haben uns durch einen Versuch überzeugt, daß die Lichtemission nach beiden Richtungen dieselbe ist. Die Anordnung, mit deren Hilfe diese Resultate erhalten wurden, wollen wir bald beschreiben.

Die Röntgenröhre (eine technische mit Rippenkühlung) wurde in einen Bleikasten eingeschlossen. Sie wurde von einem größeren Induktor (50 cm Funkenlänge) betrieben. In das Fenster des Kastens konnten verschiedene Bleiblenden eingesetzt werden, deren Öffnung mit schwarzem Papier zugeklebt wurde. Zur Bestimmung der Lichtintensität bedienten wir uns der von Wood[1]) angewandten Anordnung, die wir nur in kleinen Einzelheiten verändert haben. Durch die Nicols (Fig. 1) wurde hier nicht unmittelbar das Gasglühlicht, wie bei Wood, beobachtet, sondern ein von einer konstant brennenden elektrischen Glühlampe beleuchtetes Stück weißen Papiers, welches zur Achse unter 45° geneigt war. Das Papier war mit der Glühlampe in dieselbe Hülle eingeschlossen. Das Licht ging weiter durch zwei Spalte (*Sp.* auf Fig. 1) und durch ein Lichtfilter (*F*). Der um die Achse *O* drehbare Spiegel halbiert das Gesichtsfeld mit seinem oberen Rande. Das sich an einer Blende *E* befindende Auge sieht

1) R. Pohl, Die Physik der Röntgenstrahlen, Braunschweig 1912, S. 148.

2) Diese Erscheinung habe ich vor ein paar Jahren bemerkt, als ich im Warschauer Polytechnischen Institute Versuche über den Einfluß der *X*-Strahlen auf Metalldämpfe ausführte. Es sei mir an dieser Stelle erlaubt, Herrn Prof. W. Biernacki, der mir damals die Ausführung dieser Versuche ermöglichte und mich auch auf *Hg* aufmerksam gemacht hatte, meinen Dank auszusprechen. (S. L.)

1) R. W. Wood, The destruction of the fluorescence of iodine and bromine vapour by other gases. Phil. Mag. **21**, 309, 1911.

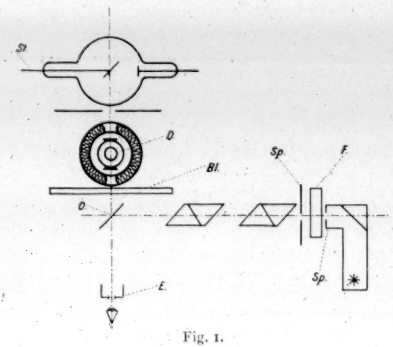


Fig. 1.

zugleich oben das strahlende Rohr *D* und unten das beleuchtete Papier. Die Konstanz der Glühlampe wurde mit einem Ampere- und Voltmeter kontrolliert. Als Lichtfilter wurde eine wässerige Lösung von Kupfersulfat und käuflichem Ultramarin angewandt. Als Augenschutz diente das Bleiglas *Bl.*

II. Abhängigkeit der Intensität von Dampfdichte und Temperatur.

Die Röhre mit Quecksilber wurde mit Hilfe eines elektrischen Ofens erhitzt; jedoch nicht unmittelbar, was örtliche Temperaturdifferenzen und auch das schädliche Beschlagen der Fenster mit Quecksilbertropfen hervorgerufen haben würde. Nach manchen Vorversuchen ergab sich folgende Einrichtung als die zweckmäßigste. Es wurde Nickeldraht auf eine Tonzelle gewickelt; durch die aufsteigende Luft wurde die innere Hülle eines kleinen Thermostaten aus dünnem Kupferblech (Fig. 2) erhitzt. Die durch Luftkonvektion erwärmte innere Hülle hatte dann in allen Teilen eine fast gleichmäßige Temperatur. Der Thermostat mit Ofen wurde in Asbestwatte und Asbestpappe gehüllt. Für die Beobachtung und für den Eintritt der *X*-Strahlen hatte man kleine Fenster gemacht; das Fenster für die *X*-Strahlen war mit Glimmer, das für Licht mit Glas versehen. Dies hat sich praktischer als ein Aluminiumfenster für die Röntgenstrahlen gezeigt, da man zugleich bei den Vorversuchen die Abwesenheit der Quecksilbertropfen feststellen konnte.

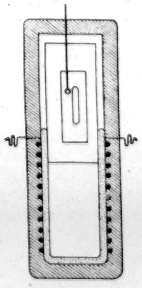


Fig. 2.

Die Beobachtungen wurden folgenderweise ausgeführt. Durch Einschalten des städtischen Wechselstroms erhitzte man allmählich den Thermostaten, dessen Temperatur durch ein Quecksilber-Stickstoffthermometer (bis 550° C) angezeigt wurde. Ein Doppelausschalter erlaubte, Licht im Zimmer auszulöschen und den Induktor in Gang zu setzen. Die Röntgenstrahlen wurden jedoch erst nach ein paar Minuten erzeugt, um das Auge ausruhen zu lassen. Unmittelbar nach der Einstellung des Photometernicols wurde Licht gemacht, und die Temperatur am Thermometer abgelesen.

In der Fig. 3 sind die Resultate der Beobachtungen an einer Quecksilber[1]) enthaltenden, möglichst luftleer gemachten Röhre angegeben. Die Röhre (etwa 5 cm lang, 1 cm im Durchmesser) wurde zunächst mit Quecksilber etwa zur Hälfte gefüllt, dann mit einer Vakuumpumpe bis 1 mm Druck ausgepumpt und mit einem Bunsenbrenner bis zum Sieden des Quecksilbers erhitzt. Nachdem vom Queck-

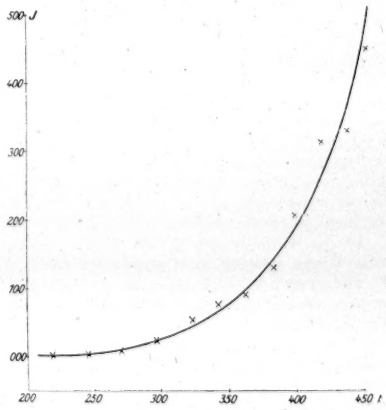


Fig. 3.

1) Hier wie in allen späteren Versuchen haben wir Kahlbaumsches reines Quecksilber gebraucht.

silber nur ein Tropfen geblieben war, wurde das Rohr während des Siedens abgeschmolzen.

Wie man sieht, wächst die Lichtintensität mit der Temperatur sehr rasch an. Hier, wie in den anderen Intensitätskurven sind die Abszissen Celsiusgrade; die Ordinaten sind im willkürlichen Maße den Intensitäten proportional, d. h. dem $\sin^2 \alpha$, wo α den Winkel zwischen den Nicols bezeichnet.

Es blieb noch zu entscheiden, ob bei dieser Erscheinung die Dampfdichte oder die Temperatur entscheidend waren. Zu diesem Zwecke haben wir Beobachtungen bei ungesättigtem Quecksilberdampfe angestellt. In ähnliche Röhren, wie die früher beschriebene, wurden abgewogene kleine Quecksilberkugeln hineingebracht, die, wie man es berechnete, bei einer

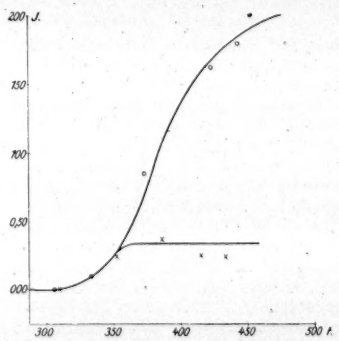


Fig. 4.

gewissen Temperatur ungesättigten Quecksilberdampf geben mußten. Kleine Quecksilberkugeln von beliebiger Größe hat man sich hergestellt durch Verspritzen des Quecksilbers von einiger Höhe auf eine Mattscheibe aus Glas. Zwei Kurven in der Fig. 4 entsprechen zwei Kugeln von etwa 0,02 g und 0,04 g Gewicht.

Wie aus der unteren Kurve besonders deutlich zu sehen ist, erhält die Lumineszenz bei einer gewissen Temperatur ihren maximalen Wert; das weitere Erhitzen trägt nichts bei. Bei der oberen Kurve tritt dieser Zustand, entsprechend der größeren Quecksilbermasse, erst später ein. Der Übergang zum horizontalen (oder nahezu horizontalen Kurventeil, da in manchen Fällen die Lichtintensität mit der Temperatur etwas abzunehmen schien) tritt ein an der Grenze unserer Beobachtungen, jedoch ist der Unterschied gegen den gesättigten Quecksilberdampf unverkennbar (man vergleiche die Fig. 4 u. 6). Hiermit ist die Lumineszenz bloß von der Dampfdichte abhängig.

III. Einfluß beigemischter Gase.

Bei dieser Untersuchung benutzten wir eine Vorrichtung, die einigermaßen dem Cagniard le Tourschen Apparate zur Bestimmung der kritischen Temperatur ähnelt. An ein weiteres Glasrohr (1 cm Durchmesser) wurde eine gebogene Kapillare angelötet (Fig. 5 a), die mit einem Dreiweghahn versehen war (D, Fig. 5b).

Nachdem der Apparat in der üblichen Weise sorgfältigst gereinigt (Chrommischung, Königswasser, destilliertes Wasser) und getrocknet war, wurde er mit der entsprechenden Menge von Quecksilber gefüllt. Erst dann wurde der

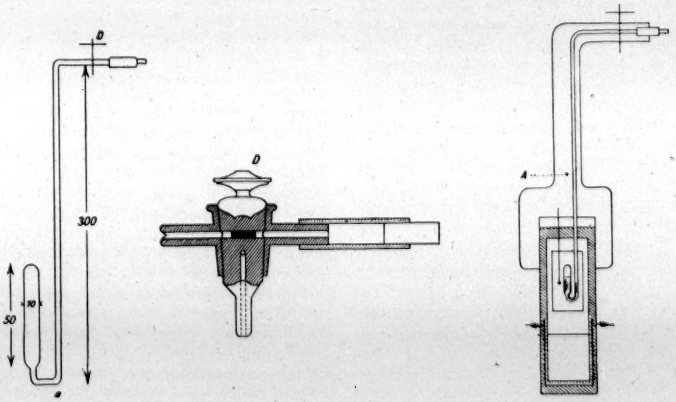


Fig. 5.

Glashahn mit Schmiermitteln dicht gemacht. Danach wurde er in den oben beschriebenen Thermostaten eingesetzt und das Ganze an einer eisernen Schiene befestigt, die um eine horizontale Achse (*A* auf Fig. 5c) drehbar war. Entsprechende Schrauben erlaubten die Stellung des Apparates gegen die Röntgenröhre festzuhalten.

Durch Drehen um die Achse *A* konnte der Apparat horizontal gestellt werden, was beim Einlassen frischer Gase notwendig war. Bei jeder Neufüllung mit einem Gase wurde mehrmals (10mal) bis zu 1 mm Druck ausgepumpt und dann immer frisches Gas eingelassen.

Bei den Beobachtungen wurde der Apparat wieder vertikal gestellt. Beim Heizen stieg das Quecksilber rasch in die Höhe und wäre mit den Schmiermitteln des Hahnes in Kontakt gekommen, was eine Verunreinigung beim nächstfolgenden Experiment verursachen würde; um das zu vermeiden, wurde folgender Kunstgriff gebraucht. Beim Steigen des Quecksilbers wurde der Dreiweghahn von Zeit zu Zeit geöffnet, wodurch der kapillare Schenkel in ein geschlossenes Gasmanometer verwandelt wurde. Um jeden Unfall (bei rascher Gaseinströmung) zu verhüten, wurde das Manometergas aus einer Art kleinen Reservoirs geschöpft, das aus einem dickwandigen, mit einem Glasstab verschlossenen Kautschukschlauch bestand (5b). Der luftzuführende Kanal des Dreiweghahnes wurde ziemlich dicht mit einem Holzstückchen verstopft, was die Gasreibung erhöhte. Auf diese Weise konnte man bequem und sicher in das Manometer Gas eintreten lassen. Es sei noch bemerkt, daß das Glas in der Nähe des Hahnes immer durchaus kühl geblieben ist.

Mit diesem Apparate wurden die Beobachtungen an N_2, H_2 und CO_2 angestellt, und zwar bei jedem Gase mit verschiedenen Anfangsdrucken. Die Kurven für Wasserstoff sind in Fig. 6 wiedergegeben. Wie man sieht, fängt auch das Leuchten an bei Temperaturen, die den Beimengungen entsprechen. Für die zwei anderen Gase erhielt man durchaus analoge Resultate, weshalb auch die entsprechenden Kurven nicht wiedergegeben worden sind. H_2 und CO_2 wurden Kippschen Apparaten entnommen, N_2 aus $NaNO_2$ und NH_4Cl hergestellt und im Gasometer gesammelt. Die Gase wurden getrocknet und gereinigt.

Die Kurven für verschiedene Gase waren miteinander nicht vergleichbar, da sie bei verschiedenen Versuchsumständen gefunden worden sind. Um den Vergleich anstellen zu können, hätte man eine Reihe von etwa hundert nacheinander folgenden, von demselben Beobachter ausgeführten Beobachtungen machen müssen, was praktisch unausführbar war. Es

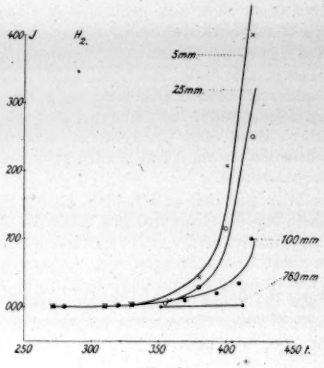


Fig. 6.

gelang uns nur einmal, eine vollständige Beobachtungsreihe für die drei Gase bei 100 mm Anfangsdruck auszuführen (es waren dazu 20 Stunden nötig; man muß nämlich lange abwarten, bis jedesmal beim Neufüllen das Thermostat sich vollständig abkühlt; auch kann man nur allmählich die Temperatur erhöhen). Die Beobachtungen wurden in folgender Reihe ausgeführt: 1. CO_2; 2. N_2; 3. H_2; 4. H_2; 5. CO_2; 6. H_2; 7. N_2. Man bekam unter sich durchaus übereinstimmende Werte, aus welchen hervorgehen würde, daß bei diesem Anfangsdrucke N_2 und CO_2 in ihrer Wirkung einander nahe gleich sind, Wasserstoff aber beträchtlich stärker hemmend wirkt als die beiden anderen Gase. Wir glauben aber, daß dieses einigermaßen paradoxe Resultat jedenfalls einer neuen Bestätigung (mit absolut reinen Gasen) bedarf, weshalb auch die diesbezüglichen Kurven hier nicht wiedergegeben sein mögen.

IV. Das Spektrum.

Das Spektrum haben wir mit einem Taschenspektroskop (Zeißsches Fernspektroskop) okular beobachtet und auch mit einem Quarzspektrographen photographiert, wobei das Quecksilber in einem evakuierten Quarzrohr (von Heraeus bezogen) enthalten war. (Selbstverständlich wurde der mit einem Glasfenster versehene Ofen nicht angewandt.) Der Quarzspektrograph wurde aus Quarzlinsen und einem Quarzprisma mit Hilfe eines photographischen Apparates und eines eisernen Spektroskopmodells hergestellt. Das Spektrum erwies sich kontinuierlich bei der hier angewandten schwachen Dispersion. Am hellsten wohl erschien bei okularer Beobachtung der blaugrüne und der blaue Teil, obgleich auch

alle anderen Farben zu sehen waren. Photographisch bekam man ein kontinuierliches Spektrum, welches sich etwa bis 300 $\mu\mu$ erstreckte, obwohl der ultraviolette Teil schwach war; das Maximum lag etwa bei 410 $\mu\mu$.

Es scheint nicht, daß das Spektrum sein Aussehen bei Zufügung anderer Gase verändert; wenigstens kam man mit demselben Lichtfilter (siehe oben Abschnitt I) immer aus, ohne etwaige Differenz bemerkt zu haben.

V. Zusammenfassung.

Es wurde in dieser Arbeit gefunden:

1. Daß der Quecksilberdampf unter dem Einfluß der Röntgenstrahlen fluoresziert.

2. Daß diese Fluoreszenz mit der Dampfdichte wächst.

3. Daß bei der Erhöhung der Lichtintensität die bloße Temperatur unwirksam ist.

4. Die Lumineszenz wird durch fremde Gase geschwächt.

5. Das ausgesandte Spektrum ist kontinuierlich.

Es ist von Interesse, diese Beobachtungen mit den Ergebnissen anderer Untersuchungen auf dem Gebiete der Strahlung des Quecksilberdampfes zusammenzustellen. Es sind viele Emissionsspektra des Quecksilbers bekannt. Das Linienspektrum ist selbstverständlich am meisten untersucht worden, und es sind mehrfache Linienspektra bekannt: F. Horton[1]) gibt an, er habe fünf verschiedene Spektra beobachten können. Jedenfalls scheint es, daß in dem hier beschriebenen Falle nur kontinuierliches oder Bandenspektrum in Betracht kommen können; diese beiden Spektra sind auch beim Quecksilber bekannt. Das Bandenspektrum erhielten zuerst Eder und Valenta[2]) bei der Destillation des Quecksilbers und gleichzeitigen elektrischen Entladungen durch eine Kapillare. Das kontinuierliche Spektrum wurde von Warburg[3]) in dem positiven Lichte einer Geißlerröhre entdeckt, indem er durch ein breites, auf 150—195° erhitztes Rohr schwachen Strom hindurchschickte. Da man bei engen Kapillaren das Linienspektrum beobachtet, so schloß daraus Warburg folgendes: „Bei hinreichend tiefer Temperatur ist also das Phosphoreszenzspektrum des Quecksilberdampfes ein kontinuierliches." Das kontinuierliche Spektrum des *Hg*-Dampfes war später von E. Wiedemann und G. C. Schmidt[1]) beobachtet und näher von Kalähne[2]) untersucht worden. Der letztere Forscher beobachtete „bei höheren Drucken das kontinuierliche Spektrum mit fast blendendem Glanze...". Von Kalähne wurde auch die Intensität des Leuchtens, als Funktion der Temperatur gemessen. Es ergab sich, daß bei konstanter Stromstärke die Intensität des kontinuierlichen Spektrums mit der Temperatur immer zunimmt, während man gleichzeitig die Abnahme der Intensität des beigemischten Linienspektrums beobachtet. Diese Beobachtungen konnten auch von Stark[3]) bestätigt werden; bei größerer Dispersion konnte jedoch Stark im Grünlichblauen und im Blauen viele dicht nebeneinanderliegende Linien photographisch beobachten, wodurch ihm auch die Kontinuität im Grünen fraglich erscheint. Schließlich ist ein kontinuierliches Spektrum von Küch und Retschinsky[4]) neben dem Linienspektrum im Bogen gefunden worden. Durch photometrische Messungen dieser Forscher ist es höchstwahrscheinlich geworden, daß wir es hier mit einer Temperaturausstrahlung zu tun haben.

Wie gesagt, konnten wir bei der geringen Dispersion unserer Apparate die Kontinuität mit absoluter Sicherheit nicht feststellen. Jedoch scheint die von uns beobachtete Ausstrahlung des Quecksilbers ihrem Charakter nach dem von Warburg und Kalähne beobachteten Spektrum am nächsten zu kommen. Wenigstens ist die Abhängigkeit von der Dampfdichte durchaus analog. Der Fall eines kontinuierlichen Spektrums im Quecksilberbogen ist dagegen von der Röntgenlumineszenz völlig verschieden. Wie nämlich von Küch und Retschinsky[5]) gezeigt wurde, ist der Quecksilberdampf im Bogen ungesättigt (bei einer bis 6000° geschätzten Temperatur beträgt der Druck nur ca. 2 Atmosphären), und unter diesen Umständen ist eine stetige Zunahme der Intensität bei Temperaturerhöhung beobachtet worden, während wir das Gegenteil bestätigen konnten (siehe Abschnitt II).

Es scheint uns leicht, sich ein Bild über

1) F. Horton, On the origin of spectra. Phil. Mag. **22**, 214, 1911.

2) J. M. Eder und A. Valenta, Die verschiedenen Spektren des Quecksilbers. Wied. Ann. **55**, 479, 1895.

3) E. Warburg, Über eine Methode, Natriummetall in Geißlersche Röhren einzuführen und über das Kathodengefälle bei der Glimmentladung. Wied. Ann. **40**, 1, 1890.

1) E. Wiedmann und G. C. Schmidt, Entladungserscheinungen in verdünnten Metalldämpfen. Wied. Ann. **57**, 454, 1896.

2) A. Kalähne, Über die Spektra einiger Elemente bei der stetigen Glimmentladung in Geißlerschen Röhren und die Abhängigkeit der Lichtstrahlung von Stromstärke und Druck. Wied. Ann. **65**, 815, 1898.

3) J. Stark, Über zwei Linienspektra des Quecksilbers. Ann. d. Phys. **16**, 490, 1905.

4) R. Küch und T. Retschinsky, Photometrische und spektrophotometrische Messungen am Quecksilberlichtbogen bei hohem Druck. Ann. d. Phys. **20**, 563, 1906.

5) R. Küch und T. Retschinsky, Ann. d. Phys. **20**, 563—583, 1906.

den Mechanismus der Erscheinung zu verschaffen. Obgleich die Meinungen über die Elektrolumineszenz noch sehr verschieden sind (z. B. die Hypothesen von Stark und Wien über die Träger der Linienspektra), so scheinen alle Autoren darin einig zu sein, daß hier die Ionisation für die Erscheinung ausschlaggebend ist. Die Ionisation wird auch bei dem hier beschriebenen Falle der Röntgenlumineszenz mit dem Leuchten verknüpft sein. Wir denken uns die Erscheinung folgendermaßen: die Energie der Röntgenstrahlen wird vom Quecksilberdampfe absorbiert, woraus sich auch unmittelbar der Anstieg bei der Dichtevergrößerung ergibt. Von den Quecksilberatomen werden sekundäre Kathodenstrahlen ausgesandt, durch welche erst, wie es sich aus der unlängst erschienenen Arbeit von C. T. R. Wilson[1]) ergibt, die starke Ionisation hervorgerufen wird. Wie aus den Wilsonschen Photographien ersichtlich, werden diese Kathodenstrahlen von ihrem Wege durch Molekularzusammenstöße abgelenkt. Ist nun ein fremdes leichteres Gas vorhanden, so werden diese sekundären Kathodenstrahlen ihren Weg hauptsächlich durch das leichtere Gas nehmen, weshalb auch ihre Wirkung auf Quecksilbermoleküle geschwächt wird. Dadurch wird erklärbar, daß sogar kleine Beimengungen fremder Gase einen merklichen Einfluß auf die Leuchtintensität ausüben.

Und sollte es sich bestätigen (s. Abschnitt III), daß durch Wasserstoff das Leuchten sogar stärker als durch andere schwerere Gase gehemmt wird, so wäre darin derselbe Einfluß des Wasserstoffs zu sehen, welchen schon E. M. Wellish[2]) bei seinen bekannten Untersuchungen über die Ionengeschwindigkeit bei Gasgemischen gefunden hat. Wenn die Röntgenstrahlen durch ein dichtes Gas (z. B. CH_3J) absorbiert waren, so schienen die Ladungen der Ionen an die Wasserstoffmoleküle abgegeben zu sein.

Das hier Gesagte soll selbstverständlich nur als ein Bild gelten. Um eine konsequente Hypothese über die Erscheinungen dieser Röntgenlumineszenz zu stellen, bedürfen wir noch einer näheren Kenntnis verschiedener Einflüsse bei dieser Erscheinung, wozu wir auch in der nächsten Zeit übergehen wollen.

1) C. T. R. Wilson, Über einen Expansionsapparat zur Sichtbarmachung der Bahnen ionisierender Teilchen in Gasen, und über einige mittels dieses Apparats gewonnene Ergebnisse. Jahrb. d. Rad. u. Elektr. **10**, 34, 1913. Dieselbe Folgerung ergibt sich auch aus anderen Arbeiten über die ionisierende Wirkung der X-Strahlen. Siehe z. B.: R. T. Beatty, The ionization of heavy gases by X-rays. Proc. Roy. Soc. (A) **85**, 230, 1911.

2) E. M. Wellish, The passage of electricity through gaseous mixtures. Proc. of the Roy. Society. Ser. A., **82**, 500, 1909.

Es ist uns angenehm, den Herren St. Kalinowski und Dr. Fr. Zienkowski, die uns das Induktorium, Quarzprisma und Quarzlinsen zur Verfügung gestellt haben, unseren besten Dank aussprechen zu können.

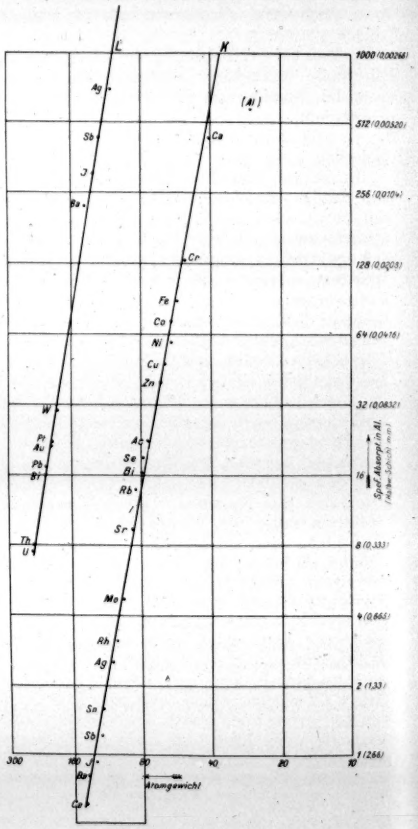
Warschau, Physik. Laboratorium der technischen Schule von Wawelberg und Rotwand.

(Eingegangen 14. März 1913.)

Über eine Regel bezüglich der fluoreszierenden Röntgenstrahlen.

Von W. Kaufmann.

Herr Owen[1]) hat kürzlich die Absorption der fluoreszierenden Röntgenstrahlen, die von den



1) Proc. Roy. Soc. **88** (A), 426, 1912.

Metallen vom Atomgewicht des *Fe* bis zu dem des *Mo* ausgehen, in einigen Gasen, nämlich CO_2, SO_2 und Luft, untersucht und gefunden, daß die Absorption der fünften Potenz des Atomgewichts des emittierenden Metalls proportional sei. Es scheint, daß dieses Gesetz allgemeine Gültigkeit für jeden absorbierenden Körper hat, dessen Atomgewicht außerhalb der Reihe der in Betracht gezogenen emittierenden Substanzen liegt. Für Aluminium als Absorptionskörper gilt demnach das Gesetz für alle überhaupt gemessenen Strahlen mit Ausnahme derer des Aluminiums selbst, und zwar sowohl für die *K*-Strahlen als auch für die *L*-Strahlen[1]). In nebenstehender Figur sind die Logarithmen der Atomgewichte der emittierenden Substanzen als Abszissen, die Logarithmen der spezifischen Absorption in Aluminium als Ordinaten aufgetragen. Die Punkte lassen sich recht gut durch eine Gerade verbinden, deren Neigungstangente etwa gleich 5 ist; die Abweichungen erscheinen unbedeutend, wenn man das ungeheure Intervall für den Absorptionskoeffizienten von etwa 435 beim *Ca* bis 0,6 beim *Ce* berücksichtigt.

Für die *L*-Strahlen verläuft die Gerade ein wenig steiler; in erster Annäherung kann man sie aber als parallel betrachten, so daß die beiden „Spektrallinien" der Elemente in der Skala der Logarithmen der Absorption gemessen, konstanten Abstand haben. Das Verhältnis der Absorptionen für die *K*- und *L*-Strahlen desselben Metalls beträgt etwa 1 zu 300. Ein Metall sendet *L*-Strahlen unter etwa gleichen Bedingungen und von gleichen Eigenschaften aus wie die *K*-Strahlen eines Metalls von etwa 2,7 mal kleinerem Atomgewicht.

1) Über die Nomenklatur s. Barkla, Jahrb. d. Rad. 8, 471, 1911.

Königsberg, 20. März 1913.

(Eingegangen 21. März 1913.)

Demonstration fluoreszierender Röntgenstrahlung.

Von W. Kaufmann.

Das von Barkla[1]) und seinen Mitarbeitern entdeckte interessante Phänomen der Emission einer homogenen oder fluoreszierenden Röntgenstrahlung durch Körper, welche von inhomogenen Primärstrahlen getroffen werden, sowie einige Eigenschaften dieser Strahlung lassen sich leicht mittels der folgenden einfachen Vorrichtung demonstrieren:

Die Primärstrahlen werden, da sie ziemlich weich und dabei möglichst intensiv sein müssen, von einer zylindrischen Röntgenröhre geliefert, die an der der Antikathode *A* gegenüberliegenden Stelle möglichst dünn aufgeblasen ist (Fig. 1); die Röhre steht unter Zwischenschaltung eines Hahnes mit einer Luftpumpe in Verbindung und wird mit einem mittelgroßen Induktorium mit rasch wirkendem Unterbrecher — Wehnelt oder Deprez — so betrieben, daß die Antikathode rotglühend wird.

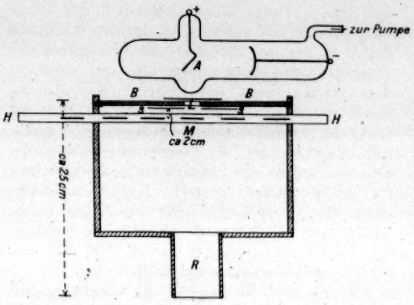


Fig. 1.

Die Strahlen fallen durch das mit schwarzem Papier überklebte Loch *L* in der Bleiwand *BB* in das Innere eines im übrigen aus Holz bestehenden Kastens und treffen auf den Sekundärstrahler *M*; die von diesem emittierten Sekundärstrahlen treffen auf einen Leuchtschirm *SS*, der auf die Innenseite der Bleiwand geklebt ist und einen Ausschnitt besitzt, der etwas größer ist als *L*, so daß er nirgends von direkten Strahlen getroffen wird. Wenn man zur Beobachtung das Auge dicht an die Öffnung des Papprohrs *R* drückt, so schadet eine schwache Erhellung des Zimmers nichts.

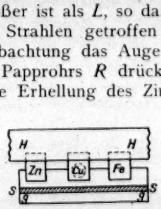


Fig. 2.

Die Sekundärstrahler bestehen aus Blechstücken von etwa 1,5 zu 3 cm, die in gleichen Abständen auf einer verschiebbaren Holzleiste *HH* (Fig. 2) befestigt sind; man wähle etwa die Metalle: *Al, Fe, Cu, Zn, Ag, Sn, Pt, Pb.*

Pumpt man, während der Induktor in Gang

1) Jahrb. d. Rad. Bd. 5, 7, 8.

ist, die Röhre langsam aus, so bemerkt man eine Aufhellung des Schirmes durch die Metalle *Fe*, *Cu*, *Zn* bei etwa 12000 Volt oder etwa 3—4 mm Parallelfunkenstrecke. *Al* gibt bei dieser Spannung nichts, die schwereren Metalle auch nichts. Bei weiterem Pumpen nimmt die Lichtintensität rapide zu und wird bei etwa 5—6 mm Funkenstrecke recht hell. Ein auf den Leuchtschirm geklebter Glimmerstreifen *GG* von etwa 0,05 mm Dicke erscheint in der Strahlung des *Fe* fast schwarz, in der des *Cu* etwas heller, in der des *Zn* grau; die Absorption der Fluoreszenzstrahlung nimmt also mit wachsendem Atomgewicht der emittierten Substanz rasch ab. Ein viel dickeres Glimmerblatt im Gang der Primärstrahlen gibt kaum eine merkliche Verdunklung; die Fluoreszenzstrahlung ist also weicher als die Primärstrahlung (Analogon zur Stokesschen Regel). Die Kontrastwirkung des Glimmerstreifens erscheint unabhängig von der Härte der Röhre; die Qualität der Fluoreszenzstrahlung hängt also nur von der Natur des strahlenden Körpers ab.

Für *Ag* und *Sn* beginnt die Strahlung bei etwa 6 mm Funkenstrecke eben merklich zu werden und ist kräftig bei etwa 1 cm; sie besteht jedoch zu einem großen Teil aus zerstreuter Primärstrahlung, da jetzt der Schirm auch vom *Al* erhellt wird, dessen Fluoreszenzstrahlung schon in der Luft völlig absorbiert wird. Auch wenn gar kein Metall getroffen wird, wird der Schirm nicht mehr völlig dunkel infolge der von der Luft zerstreuten Strahlung. Der Glimmerstreifen ist in der *Ag*-Strahlung fast unsichtbar.

Bei *Pt* und *Pb* endlich beobachtet man zwischen 5 und 6 mm Funkenstrecke, also noch unterhalb der Erregbarkeit des *Ag*, eine ziemlich kräftige Fluoreszenzstrahlung, deren Eigenschaften zwischen denen der *Zn*- und der *Ag*-Strahlung liegen; es handelt sich hier um die von Barkla nachgewiesene zweite weichere oder *L*-Strahlung des *Pt* und *Pb*, deren härtere oder *K*-Strahlung wegen zu großer Erregungshärte — über 100000 Volt — noch nicht nachgewiesen ist.

Königsberg, 20. März 1913.

(Eingegangen 21. März 1913.)

Ein neues Verfahren für die Spektral- und Polarisationsphotometrie der photographisch wirksamen Strahlen.

Von D. A. Goldhammer.

Verfolgt man in dem König-Martensschen[1]) Spektralphotometer den Gang derjenigen monochromatischen Strahlen, welche für die Beobachtung maßgebend sind, so bemerkt man folgendes.

Die aus zwei Eintrittsspalten *a*, *b* herkommenden Strahlen mit den Helligkeiten J_a, J_b treten aus dem Zwillingsprisma *Z* als acht Bündel von parallelen Strahlen, die gegen die optische Achse des Apparats verschieden geneigt sind. Das Zwillingsprisma ist nun so bemessen, daß zwei mittlere von diesen Strahlenbündeln durch eine Linse *L* vereinigt, zwei sich auf der optischen Achse deckende Bilder von *a*, *b* erzeugen. Somit verlaufen diese zwei Strahlenbündel zwischen dem Zwillingsprisma *Z* und der Linse *L* der optischen Achse parallel (Fig. 1), und zwar

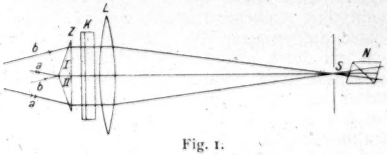


Fig. 1.

beleuchtet das Bündel J_a nur die Prismenhälfte II, das Bündel J_b die Hälfte I.

Dabei sind beide Bündel durch ein Wollastonsches Prisma senkrecht zueinander geradlinig polarisiert. Wird alles übrige Licht in der Brennebene von *L* durch einen Okularspalt *S* abgeblendet und sieht man durch ein Nicol *N* diesen Spalt hindurch, so findet man beide Prismenhälften monochromatisch beleuchtet und durch eine scharfe Linie *TT* voneinander getrennt. Diese Trennungslinie verschwindet aber vollkommen, wenn man durch das Drehen des Nicols bewirkt, daß beide Prismenhälften gleich hell sind.

1. Nun denken wir uns in den Gang von parallelen Strahlen zwischen *Z* und *L* einen Kompensator von Babinet (Streifenkompensator) *K* angebracht. Dann erscheint das ganze Gesichtsfeld von den Interferenzstreifen durchzogen. Es seien die Spalte *a*, *b* mit dem natürlichen Lichte beleuchtet. Sind dann P_1, P_2 (Fig. 2) die Schwingungsrichtungen des Lichtes

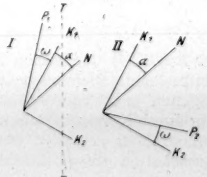


Fig. 2.

[1]) F. F. Martens u. F. Grünbaum, Ann. d. Physik 12, 984, 1903.

in den Hälften I und II des Gesichtsfeldes durch TT getrennt, K_1, K_2 die Schwingungsrichtungen der Strahlen im Kompensator und N im Nicol, so sind die Helligkeiten der Hälften I und II an den Stellen des Kompensators mit der Phasendifferenz δ, wie leicht zu berechnen ist,

$$\left.\begin{aligned} J_1 &= \tfrac{1}{2} J_b \left\{\cos^2(\omega-\alpha) - \sin 2\alpha \sin 2\omega \cos^2\frac{\delta}{2}\right\} \\ J_2 &= \tfrac{1}{2} J_a \left\{\sin^2(\omega-\alpha) + \sin 2\alpha \sin 2\omega \cos^2\frac{\delta}{2}\right\}. \end{aligned}\right\} \quad (1)$$

Die Bedeutung von ω, α ist aus der Fig. 2 zu ersehen. Orientiert man den Kompensator, wie üblich, indem man

$$\omega = 45^0, \quad \alpha = 45^0$$

setzt, so folgt

$$J_1 = \tfrac{1}{2} J_b \sin^2\frac{\delta}{2}, \quad J_2 = \tfrac{1}{2} J_a \cos^2\frac{\delta}{2}$$

und wir sehen daraus: in der Hälfte I des Gesichtsfeldes ändert sich die Helligkeit periodisch mit δ zwischen den Grenzen $\frac{1}{2} J_b$ und o, indem in der Hälfte II diese Grenzen o und $\frac{1}{2} J_a$ sind. Die Interferenzstreifen sind daher in den beiden Hälften des Feldes um den halben Abstand von zwei schwarzen Streifen gegeneinander verschoben, wie es in der Fig. 3 schematisch dargestellt ist.

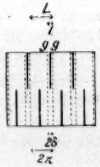


Fig. 3.

Es müssen folglich notwendig Stellen vorkommen, für welche die Streifenhelligkeiten in den beiden Hälften des Feldes gleich sind, das sind die Stellen g der Fig. 3, für welche

$$J_1 = J_2, \quad \frac{J_a}{J_b} = \operatorname{tg}^2\frac{\delta}{2}$$

ist.

Wir können somit J_a mit J_b vergleichen, wenn wir δ an Stellen gleicher Helligkeit der Streifen kennen. Nun liegen in dem Felde I diese Stellen links und rechts symmetrisch an den beiden Seiten der Minima der Helligkeit und entsprechen den Phasendifferenzen

$$-\delta \mp 2n\pi \quad \text{und} \quad \delta \pm 2n\pi \qquad n = 0, 1, 2,$$

worin nach der Fig. 4

$$+\delta = \frac{2\pi}{\lambda}(d_1' - d_2')(n_e - n_o)$$

ist und n_e, n_o die beiden Brechungsexponenten des Quarzes, λ die Wellenlänge bedeuten.

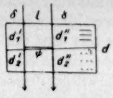


Fig. 4.

Beziehen sich endlich d_1'', d_2'' auf die Stelle mit der Phase $-\delta$, so ist

$$-\delta = \frac{2\pi}{\lambda}(d_1'' - d_2'')(n_e - n_o)$$

und folglich

$$2\delta = \frac{2\pi}{\lambda}(d_1' - d_1'' - d_2' + d_2'')(n_e - n_o).$$

Aus der Fig. 4 ist nun leicht zu ersehen, daß

$$d_1' - d_1'' = d_2'' - d_2' = l \operatorname{tg}\psi,$$

worin l den Abstand der Streifen mit δ und $-\delta$ und ψ den Keilwinkel des Kompensators bedeuten. Somit haben wir

$$2\delta = \frac{4\pi}{\lambda} l \operatorname{tg}\psi (n_e - n_o).$$

Andererseits für zwei benachbarte Stellen gleicher Helligkeit, die beide auf derselben Seite der Minima liegen, ist z. B. rechts von der Stelle

$$\delta = 0$$

$$\mp\delta + 2\pi(n+1) = \frac{2\pi}{\lambda}(D_1'' - D_2'')(n_e - n_o)$$

$$\mp\delta + 2\pi n = \frac{2\pi}{\lambda}(D_1' - D_2')(n_e - n_o)$$

$$D_2' - D_2'' = D_1'' - D_1' = L \operatorname{tg}\psi$$

$$2\pi = \frac{4\pi}{\lambda} L \operatorname{tg}\psi (n_e - n_o),$$

wenn L den Abstand der Streifen bedeutet. Folglich ist einfach

$$\delta = \pi \frac{l}{L}.$$

Das Ausmessen des Streifenabstandes läßt also δ finden; was aber das Aufsuchen der Streifen gleicher Helligkeit anbetrifft, so sind dieselben dadurch gekennzeichnet, daß für dieselben infolge der Wirkung des Zwillingsprismas die Trennungslinie TT der beiden Felder verschwinden soll.

Das Ausmessen von l und L könnte wohl etwa mittels eines Okularmikrometers geschehen; die Streifenbilder lassen sich aber leicht photographieren, so daß man alle Messungen auf

der Photographie vornimmt, und darin liegt die ganze Eigentümlichkeit der Methode und ihre Anwendbarkeit für die Photometrie z. B. im Ultraviolett.

Es steht natürlich nichts im Wege, das Dispersionsprisma aus dem Apparat wegzunehmen und einen besonderen Monochromator zu benutzen.

2. Wir denken uns jetzt die beiden Spalte a, b und das Dispersionsprisma aus dem Apparat entfernt. Auf den Polarisator (Prisma von Wollaston) lassen wir ein Bündel der optischen Achse parallelen Strahlen monochromatischen Lichts fallen, die teilweise polarisiert sind.

Es sei die Helligkeit des natürlichen Lichts im Bündel $2a^2$, dieselbe des polarisierten b^2 und ϑ der Azimut der Schwingung desselben in bezug auf P_1 (Fig. 5).

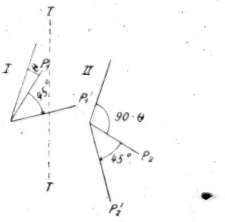


Fig. 5.

Dann sind, wie leicht zu berechnen ist, die Helligkeiten unserer beiden Gesichtsfeldhälften

$$J_1 = (a^2 + b^2\cos^2\vartheta)\sin^2\frac{\delta}{2}$$

$$J_2 = (a^2 + b^2\sin^2\vartheta)\cos^2\frac{\delta}{2}$$

und für die Stellen gleicher Helligkeit hat man

$$J_1 = J_2,$$

$$\frac{a^2 + b^2\sin^2\vartheta}{a^2 + a^2\cos^2\vartheta} = \operatorname{tg}^2\frac{\delta}{2}, \qquad \frac{b^2}{2a^2 + b^2}\cos 2\vartheta = \cos\delta.$$

Wir rechnen ϑ in der Richtung gegen die Uhrzeiger (von P_1 aus) und drehen den ganzen Apparat um die optische Achse 45^0 in der Richtung der Uhrzeiger herum. Dadurch geht in unserer Formel

$$\vartheta \text{ in } \vartheta' = \vartheta + 45^0,$$

die Interferenzstreifen werden verschoben und wir bekommen

$$\frac{b^2}{2a^2 + b}\sin 2\vartheta = -\cos\delta'.$$

Werden daher auf zwei Photographien δ, δ' gefunden, so werden dadurch auch

$$\frac{b^2}{a^2} \text{ und } 2\vartheta$$

eindeutig gegeben.

Für den Fall

$$a = 0$$

bestimmen unsere Gleichungen das Azimut der linear polarisierten Strahlen. Die Methode läßt sich also auch zum Messen der Drehung der Polarisationsebene anwenden.

3. Sind die einfallenden Strahlen elliptisch polarisiert und bedeuten a, b die Amplituden der Lichtvektoren nach den Richtungen der Hauptachsen, so haben wir für die Streifen gleicher Helligkeit

$$\frac{a^2\sin^2\vartheta + b^2\cos^2\vartheta}{a^2\cos^2\vartheta + b^2\sin^2\vartheta} = \operatorname{tg}^2\frac{\delta}{2}$$

oder anders

$$\frac{a^2 - b^2}{a^2 + b^2}\cos 2\vartheta = \cos\delta,$$

worin ϑ der Winkel zwischen P_1 und a, wieder gegen den Uhrzeiger gerechnet, bedeutet.

Eine Drehung des ganzen Apparats um 45^0 in der Richtung der Uhrzeiger gibt

$$\frac{a^2 - b^2}{a^2 + b^2}\sin 2\vartheta = -\cos\delta'.$$

Werden daher δ, δ' auf zwei Photographien gemessen, so findet man daraus die Lage der Achsen der Ellipse und ihr Verhältnis. Es bleibt aber dabei unentschieden, ob b oder a in die Richtung ϑ fällt.

Bei den meisten Polarisationsmessungen läßt sich diese Frage einfach durch die anderen Umstände des Versuchs lösen.

Ist das aber nicht der Fall, so muß man noch zwei photographische Aufnahmen machen, wenn man in den Gang der Strahlen eine $^1/_4\lambda$-Platte bringt, deren Achsen mit den Achsen der Ellipse zusammenfallen. Dann verwandelt sich die Ellipse in eine geradlinige Schwingung, deren Azimut man in der oben angegebenen Weise finden kann.

Ganz analog lassen sich auch die zirkularpolarisierten Strahlen untersuchen.

Somit ist unsere Methode für alle Fälle der Photometrie und Polarimetrie anwendbar. Ist der Apparat einmal richtig justiert, so kann man bewirken, daß die einzige Manipulation an demselben die Drehung des ganzen Apparats um 45^0 sei. Im Grunde beruht die Methode auf einer Kombination der Ideen, welche Voigt[1]) in die Polarimetrie und Simon[2]) in die Photometrie eingeführt haben.

4. Bei den photometrischen Beobachtungen mittels des König-Martensschen Apparats hat man

$$\frac{J_a}{J_b} = \operatorname{tg}^2\alpha,$$

1) W. Voigt, diese Zeitschr. **2**, 303, 1901.
2) H. Th. Simon, Wied. Ann. **59**, 91, 1896.

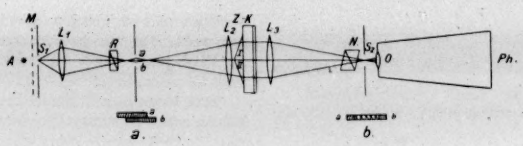


Fig. 6.

worin α eine gewisse Drehung des Okularnicols bedeutet.

Bei unserer Methode entspricht daher α gerade der Größe $\frac{\delta}{2}$. Nun ist nach Martens und Grünbaum der mittlere Fehler einer Messung von α aus 12 Einstellungen

$$\Delta\alpha = \pm 0{,}084^0 \text{ bzw. } \pm 0{,}026^0,$$

je nach der Güte des Gesichtsfeldes. Das entspricht den Werten

$$\Delta\delta = \pm 0{,}168^0 \text{ bzw. } \pm 0{,}052^0.$$

Setzen wir

$$\delta_0 = \delta \pm \Delta\delta, \quad l_0 = l \pm \Delta l, \quad L_0 = L \pm \Delta L,$$

so wird, da offenbar

$$\Delta l = \Delta L$$

sein soll,

$$\frac{\Delta\delta}{\delta} = \Delta l \sqrt{\frac{1}{l^2} + \frac{1}{L^2}}.$$

In dem betrachteten Fall beträgt δ etwa

$$34{,}4^0,$$

also ist

$$2\delta = 68{,}8^0.$$

Diese Größe entspricht der Länge l, indem der Länge L 360° entsprechen. Somit ist L^2 etwa 25 mal größer als l, so daß man einfach

$$\frac{\Delta\delta}{\delta} = \frac{\Delta l}{l} = 0{,}005 \text{ bzw. } 0{,}0016$$

hat.

Beträgt nun l etwa 5 mm, so gibt das

$$\Delta l = \pm 0{,}025 \text{ mm bzw. } 0{,}008 \text{ mm}.$$

Eine solche Genauigkeit ist offenbar leicht erreichbar, so daß die Methode den üblichen nicht nachstehen dürfte.

5. Um das Prinzip der Methode einer experimentellen Prüfung zu unterwerfen, habe ich folgende Einrichtung getroffen.

Das Licht eines Auerbrenners A beleuchtete durch ein Stück Milchglas M einen breiten horizontalen Spalt S_1 (Fig. 6). Eine Linse L_1 projiziert den Spalt verkleinert in die Spaltebene eines Kollimatorrohrs. Bringt man in den Gang der Strahlen an einer passenden Stelle einen doppeltbrechenden Polarisator R (Prisma von Rochon), so bekommt man zwei reelle Spaltbilder a, b senkrecht zueinander polarisiert. Durch Drehen des Polarisators wird nun bewirkt, daß diese beiden Spaltbilder einander gerade berühren (a Fig. 6). Dann sind die Schwingungsrichtungen des Lichts in den beiden Spaltbildern angenähert 45° gegen den Horizont geneigt (die Neigungen sind eigentlich $45^0 + \psi$ und $45^0 - \psi$, ψ — wenige Grade).

Aus der Kollimatorlinse L_2 treten dann zwei etwas gegen die optische Achse geneigte Bündel von parallelen Lichtstrahlen, die auf ein Zwillingsprisma Z (das Biprisma von Fresnel) mit horizontalen Kanten fallen.

Änderte man die Breiten der Spaltbilder a, b, so war es möglich zu erreichen, daß in der Brennebene der Linse L_3 die beiden Bilder sich übereinander lagern (b Fig. 6); dann sind a, b 1,75 mm breit und die Lichtstrahlen gehen zwischen Z und L_3 der optischen Achse parallel. Wird nun alles falsche Licht durch den Okularspalt S_2 abgeblendet, vor dem Spalt S_2 das Nicol N eingeführt und in den Gang der Strahlen ein Wratten-Wainwrights Lichtfilter angebracht, so sieht man, wie in dem König-Martensschen Spektralphotometer, die beiden Prismenhälften ohne jede Trennungslinie, wenn die Beleuchtung derselben gleich ist.

Mit den improvisierten Apparaten ist aber eine solche Einstellung nicht leicht; doch gelingt dieselbe bei einiger Übung gut, nur muß man den Okularspalt mittels einer Schraube verschieben; dieser Spalt war etwa 1 mm breit und ein paar Millimeter lang.

Jetzt wurde in den Gang der parallelen Strahlen ein Babinet-Kompensator K mit vertikalen brechenden Keilkanten angebracht und das Okularnicol so lange gedreht, bis die Streifen beider Gesichtsfelder verschwanden.

Dann ist in (1)

$$\alpha = 0$$

zu setzen; drehen wir nun das Nicol um $\pm 45^0$ herum, so wird

$$\alpha = \pm 45$$

$$J_1 = \frac{J_b}{2}\left(\cos^2(\omega \mp 45) \mp \sin 2\omega \cos^2\frac{\delta}{2}\right)$$

$$J_2 = \frac{J_a}{2}\left(\sin^2(\omega \mp 45) \pm \sin 2\omega \cos^2\frac{\delta}{2}\right),$$

oder, wenn hier

$$\psi = \omega - 45^0$$

eingeführt wird,

$$J_1 = \frac{1}{2} J_b \left(\cos^2\psi - \cos 2\psi \cos^2 \frac{\delta}{2} \right)$$

bzw. $$J_1 = \frac{1}{2} J_b \left(\sin^2\psi + \cos 2\psi \cos^2 \frac{\delta}{2} \right)$$

$$J_2 = \frac{1}{2} J_a \left(\sin^2\psi + \cos 2\psi \cos^2 \frac{\delta}{2} \right)$$

bzw. $$J_2 = \frac{1}{2} J_a \left(\sin^2\psi - \cos 2\psi \cos^2 \frac{\delta}{2} \right).$$

Daraus folgt für die Stellen gleicher Helligkeit entweder

$$\operatorname{tg}^2 \frac{\delta}{2} = \frac{J_a \cos^2\psi - J_b \sin^2\psi}{J_b \cos^2\psi - J_a \sin^2\psi}$$

oder

$$\operatorname{tg}^2 \frac{\delta}{2} = \frac{J_b \cos^2\psi - J_a \sin^2\psi}{J_a \cos^2\psi - J_b \sin^2\psi},$$

je nachdem

$$J_a > J_b \quad \text{oder} \quad J_a < J_b$$

ist.

Da nun sehr nahe

$$J_a = J_b$$

war, so ergibt sich in den beiden Fällen einfach

$$\operatorname{tg}^2 \frac{\delta}{2} = 1, \quad \delta = \frac{\pi}{2},$$

von dem Winkel ψ unabhängig, so daß die Stellen gleicher Helligkeit sehr nahe in der Mitte zwischen Maximum und Minimum fielen, wie man es aus Fig. 7 ersehen kann. Das ist eine

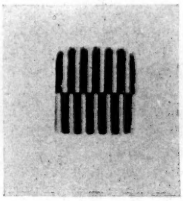


Fig. 7.

Photographie der Interferenzstreifen des Gesichtsfeldes in grünen Strahlen des Monochromatfilters 555—520 $\mu\mu$, wie diese Streifen am Negative zu sehen sind.

Es wurden orthochromatische Platten (Flavinplatten Hauff) benutzt. Die Expositionszeit betrug zwei Stunden, die Bildgröße ist $^3/_4$ der natürlichen Größe. Ebenso gute Aufnahmen bekommt man auch bei der Expositionszeit $1^1/_4$ Stunde.

6. Um mich über die Genauigkeit des Ausmessens von l zu orientieren, habe ich an einigen Stellen des Negativs N 8 den Abstand l zweier nacheinander folgenden gleich hellen Streifen gemessen. Da mir keine passende Teilmaschine zur Verfügung stand, habe ich ein Fernrohr mit dem Okularmikrometer benutzt.

Das Negativ mit der Silberschicht auf einer Milchglasplatte wurde von hinten (durch Milchglas) mittels einer Nernstlampe (ohne Glas) beleuchtet. Die Vergrößerung konnte nur schwach genommen werden, da sonst die Trennungslinie der Streifen ganz verwaschen erscheint.

Es wurde zehnmal auf jede Stelle gleicher Helligkeit der Mikrometerfaden eingestellt. Aus mehreren solchen Beobachtungsreihen ergab sich als mittlerer Fehler einer Messung von l die Größe

$$\pm 0{,}67 \text{ Trommelteile},$$

indem die ganze gemessene Strecke

$$l = 89{,}2 \text{ Trommelteile}$$

betrug, was etwa 1,25 mm entspricht.

Somit verteilt sich die ganze Änderung der Helligkeit von J bis 0 nur auf eine Strecke von 1,25 mm und der Abfall der Intensität ist so steil, daß schon die Dicke des Mikrometerfadens etwas schädlich wirkt.

Bei den photometrischen Messungen von Simon verteilte sich die Intensitätsänderung von J bis 0 auf eine Strecke von 40 mm, so daß 1,25 Proz. auf 1 mm fiel; auf dem Negativ N 8 (Fig. 7) fiel 1,2 Proz. der Intensitätsänderung auf 0,5 Trommelteile, d. h. etwa nur auf 0,007 mm!

Doch haben mehrere Ausmessungen von l gezeigt, daß man z. B. aus 60 einzelnen Ablesungen von l diese Größe leicht und ohne jede Mühe[1]) mit einem mittleren Fehler

$$\pm 0{,}21 \text{ Trommelteile}$$

finden kann. Das gibt

$$\frac{\Delta l}{l} = 0{,}002.$$

Natürlich wird die Genauigkeit viel größer ausfallen, wenn l nicht so klein wird.

7. Hier stößt man aber möglicherweise auf eine Schwierigkeit. In der Tat, will man z. B. für $\lambda = 275\ \mu\mu$

$$L = 10 \text{ mm}$$

haben, so muß wegen des Umstandes, daß beim Quarz

$$n_e - n_o = 0{,}01$$

ist, der Keilwinkel des Kompensators nur

$$4{,}5 \text{ Bogenminuten}$$

betragen.

Ich kann nicht angeben, ob das technisch ausführbar ist. Es ist aber leicht zu ersehen, daß man diese Schwierigkeit leicht dadurch umgehen kann, daß man den Kompensator durch

1) Vgl. E. Köttgen, Wied. Ann. **53**, 799, 1894.

einen Doppelkeil aus Quarz ersetzt, welcher aus zwei senkrecht zur optischen Achse geschliffenen Keilen von gleichen Keilwinkeln besteht, deren einer einem rechts-, der andere einem linksdrehenden Kristall entnommen ist.

Wird eine solche Doppelkeilplatte in der Richtung der optischen Achse durch ein Bündel von parallelen linear polarisierten Strahlen durchsetzt, so erleiden dieselben an verschiedenen Stellen der Platte verschiedene Drehung der Polarisationsebene

$$\varphi = \frac{\pi}{\lambda}(D_1 - D_2)(n' - n''),$$

worin D_1, D_2 die Dicken der Keile an der betreffenden Stelle, n', n'' die Brechungsexponenten der beiden zirkular polarisierten Strahlen bedeuten.

Werden nun die Strahlen mittels eines Nicols analysiert, so bekommt man dunkle und helle Streifen, die denen eines Babinetkompensators vollkommen ähnlich sind. Nennt man diesen letzten Kompensator Interferenzkompensator, so kann man den Quarzdoppelkeil als Drehungskompensator bezeichnen.

In dem Falle von zwei Spalten a, b, die mit dem natürlichen Lichte beleuchtet sind, sind die Helligkeiten der beiden Hälften des Gesichtsfeldes, wenn man den Doppelkeil zwischen das Zwillingsprisma und die Linse anstatt des Kompensators bringt, nach der Fig. 8

$$J_1 = \frac{1}{2} J_b \cos^2(\alpha - \varphi)$$

$$J_2 = \frac{1}{2} J_a \sin^2(\alpha - \varphi).$$

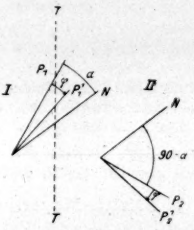


Fig. 8.

Macht man

$$\alpha = 90,$$

so folgt einfach

$$J_1 = \frac{1}{2} J_b \sin^2\varphi$$

$$J_2 = \frac{1}{2} J_a \cos^2\varphi$$

und wir sehen: der Winkel φ spielt jetzt gerade diejenige Rolle, welche $\frac{\delta}{2}$ bei dem Kompensator spielte.

Man bekommt daher wieder die Stellen gleicher Helligkeit, für welche

$$J_1 = J_2, \quad \frac{J_a}{J_b} = \operatorname{tg}^2\varphi$$

ist.

Ganz ähnliche Resultate ergeben sich offenbar auch für die Analyse von elliptisch polarisierten Strahlen. In leicht verständlicher Bezeichnung haben wir ferner, dem Früheren ganz analog,

$$2\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} l \operatorname{tg}\psi (n' - n'')$$

$$\pi = \frac{2\pi}{\lambda} L \operatorname{tg}\psi (n' - n'')$$

$$\varphi = \frac{\pi}{2}\frac{l}{L}.$$

Nun ist beim Quarz etwa

$$n' - n'' = 0{,}00008$$

und für $\lambda = 275\ \mu\mu$ ergibt sich daraus, wenn man $L = 10$ mm nimmt,

$$\psi = 9^0.$$

Somit bietet es keine Schwierigkeit, auch die Keile mit noch größerem L herzustellen. Solche Keile verwendet man bekanntlich bei der von Voigt vorgeschlagenen Methode der Polarimetrie, und Minor[1]) benutzte z. B. einen Keil mit $L = 16$ mm für *Na*-Licht.

8. Wir wenden uns jetzt zu der Frage über die Wirkung der Dispersion.

Was zunächst die Achromasie der Linsen für Ultraviolett anbetrifft, so läßt sich dieselbe durch Kombinationen von Quarz- und Flußspatlinsen verwirklichen: so hatte z. B. Simon Linsen, die für $\lambda = 180 - 360\ \mu\mu$ achromatisiert wurden[2]).

Es bleiben also nur die Bedingungen der Achromasie unserer Prismen (Wollaston und Zwilling) zu untersuchen.

Fallen auf den Wollastonschen Polarisator aus Quarz der optischen Achse parallele Strahlen, so erleiden dieselben nach dem Durchgang des Prismas eine Ablenkung $\pm\beta$, worin für kleine β bekanntlich

$$\beta = B(n_e - n_o)$$

ist, und B den brechenden Winkel der beiden Prismen des Polarisators bedeutet.

Ist ferner A der brechende Winkel des Zwillingsprismas, n der Brechungsexponent desselben und treten die Strahlen aus dem Zwillings-

1) R. S. Minor, Ann. d. Phys. **10**, 581, 1903.
2) H. Th. Simon, Wied. Ann. **53**, 542, 1894.

prisma der optischen Achse parallel, so ist die Ablenkung derselben durch das Prisma

$$\mp A\,(n-1),$$

so daß

$$B\,(n_e-n_o)=A\,(n-1)$$

sein soll.

Es ergibt sich daraus die scheinbar unmögliche Forderung, das Zwillingsprisma aus einem solchen für das Ultraviolett durchlässigen Material herzustellen, daß

$$\frac{n_e-n_o}{n-1}=\frac{A}{B},$$

d. h. von der Wellenlänge unabhängig sei.

Doch hat man merkwürdigerweise ein solches Material im Sylvin, und zwar befriedigt die Kombination Quarz-Sylvin nicht nur die gestellte Forderung für das Ultraviolett, sondern auch für die sichtbaren Strahlen und weit ins Ultrarot!

Wir entnehmen aus den Landolt-Börnstein-Tabellen folgende Zahlen nach Martens bei 18° C.

Quarz-Sylvin.

$\lambda_{\mu\mu}$	n_e-n_o	$n-1$	$(n_e-n_o):(n-1)$
185	0,01417	0,8270	0,0171
198	0,01307	0,7243	0,0180
214	0,01223	0,6618	0,0185
231	0,01155	0,6204	0,0186
257	0,01090	0,5812	0,0188
340	0,00998	0,5272	0,0189
410	0,00953	0,5090	0,0187
508	0,00924	0,4961	0,0186
589	0,00911	0,4904	0,0186
768	0,00891	0,4837	0,0184
2200	0,00810	0,4749	0,0170

Nimmt man z. B.

$$B=30^0;\quad \frac{n_e-n_o}{n-1}=0{,}0186,\quad A=0{,}558^0,$$

so werden Strahlen verschiedener λ von $\lambda=214$ bis $\lambda=768\ \mu\mu$ zwischen Z und L (Fig. 1) parallel der optischen Achse verlaufen. Die Strahlen von $\lambda=185\ \mu\mu$ bzw. $\lambda=2200$ erleiden aber eine kleine Neigung von $\pm 2{,}2'$. Das bewirkt, daß die beiden Bilder, deren Mittelpunkte in dem Brennpunkte der Linse L zusammenfallen sollen, jetzt ein wenig auseinander gehen. Diese Verschiebung beträgt bei einer Brennweite von L etwa 40 cm nur $\pm 0{,}25$ mm, so daß die relative Verschiebung der beiden Zentra nur

0,5 mm

beträgt. Ist daher die Eintrittsöffnung des Apparats nicht zu eng, so werden offenbar beide Bilder in ihren mittleren Teilen zusammenfallen und die durch den Okularspalt durchgelassenen, für die Beobachtung maßgebenden Strahlen verlaufen wieder zwischen Z und L der optischen Achse parallel.

Wird unsere Methode zu den photometrischen Beobachtungen verwendet, so daß man zwei Eintrittsöffnungen a, b hat, so fallen auf W Strahlen unter den Winkeln $\pm\chi$ gegen die optische Achse geneigt. Aus dem Wollaston treten dann vier Strahlenbündel aus mit den Neigungen

$$\pm(\chi+\beta),\quad \mp(\chi-\beta).$$

Benutzt man die oben angeführten Zahlen für W und Z, so verlaufen zwischen Z und L der optischen Achse parallel diejenigen Strahlen, für welche die Beziehung

$$\chi=\beta+A\,(n-1)=B\,(n_e-n_o)+A\,(n-1)$$

gilt.

Bei einem gegebenen χ ist diese Bedingung für verschiedene λ offenbar nicht erfüllbar. Nun ändert sich

$$B\,(n_e-n_o)+A\,(n-1)$$

zwischen $\lambda=185$ und $\lambda=410\ \mu\mu$ von $0{,}887^0$ bis $0{,}570^0$. Wählt man daher

$$\chi=0{,}728^0=44',$$

was dem Falle entspricht, daß bei einer Brennweite von 40 cm die Mittelpunkte der beiden Spalte a, b 5 mm über und unter der optischen Achse liegen, so bewirkt die Änderung von λ zwischen den gewählten Grenzen eine Änderung der Neigung der Strahlen zwischen Z und L, die höchstens $9{,}5'$ betragen kann.

Die beiden Spaltbilder in S, die für $\lambda=214\ \mu\mu$ zusammenfallen, werden für andere λ gegeneinander um höchstens 2,2 mm verschoben. Dabei bleiben aber die mittleren Teile der Bilder wieder in der Nähe der optischen Achse liegen, falls die Spalte a, b passend gewählt sind.

Kasan, Mai 1912.

(Eingegangen 17. März 1913.)

Die elektrometrische Methode der Leistungsmessung bei den Frequenzen der drahtlosen Telegraphie.

(Mitteilung aus dem Institut für angewandte Elektrizität der Universität Göttingen.)

Von Erich Mayer.

1. Einleitung. Die elektrische Leistung eines Systems ist gegeben durch das Produkt $i \times e$ der durch das System fließenden Stromstärke i und der Spannungsdifferenz e zwischen seinen Klemmen. Als Methode zur Messung dieser Leistung ist die dynamometrische Methode altbekannt und ausgebildet. Sie beruht darauf, daß eine feste Spule von dem Strom i, eine dazu senkrechte, drehbare Spule von großem Widerstand von einem Strom i_e proportional zu e durchflossen wird, wobei das auftretende

Drehmoment proportional dem Produkt $i \times i_e$ ist (Fig. 1).

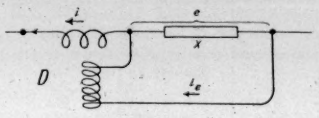


Fig. 1.

Völlig analog der dynamometrischen Methode ist die elektrometrische Methode, die zwar bekannt, aber praktisch wenig benutzt ist. Ihr Prinzip erkennt man am einfachsten in der Form, daß an ein Binantelektrometer die Spannungsdifferenz e des Systems und die Spannungsdifferenz $e_i = i \times w$ über einem Widerstand w, der vom Strom i durchflossen wird, angelegt wird, wobei das auftretende Drehmoment proportional zu $e \times e_i$ ist (Fig. 2).

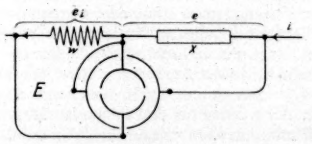


Fig. 2.

Eine Wechselstromleistung wird dargestellt durch das Integral $\frac{1}{\tau}\int_0^\tau e \cdot i \cdot dt$, wo e und i die Momentanwerte von Spannung und Strom bedeuten. Beide Methoden sind also auch für die Messung von Wechselstromleistungen brauchbar, sofern i_e bzw. e_i proportional und phasengleich mit e und i gemacht werden können.

Für Leistungsmessungen an Hochfrequenzkreisen erscheint aber das Dynamometer wegen der hohen Selbstinduktion seiner Spulen nicht geeignet. Dagegen schien die elektrometrische Methode auch für die Wechselströme der drahtlosen Telegraphie Erfolg zu verheißen.

So wurde auf Vorschlag von Herrn Professor H. Th. Simon das von Dolezalek[1]) konstruierte Binantelektrometer in der radioelektrischen Versuchsstation für Marine und Heer zu Göttingen[2]) mit gutem Erfolg dazu benutzt, um den Wattverbrauch in Erde bei Antennen zu ermitteln.

Indessen zeigte sich bei diesen und ähnlichen Messungen, daß die Methode noch mancherlei Unsicherheiten enthielt. Ich habe daher auf Anregung von Herrn Professor H. Th. Simon unternommen, die Anwendung der elektrometrischen Methode zur hochfrequenten Leistungsmessung kritisch zu bearbeiten. Im folgenden lege ich das Ergebnis vor.

2. Das Elektrometer. Orlich[1]) hat die elektrometrische Methode der Leistungsmessung für die Frequenzen der technischen Wechselströme durchgearbeitet und dabei das Thomsonsche Quadrantelektrometer benutzt. Infolge des unsymmetrischen Aufbaus dieses Instruments (Nadel einteilig, Schachtel vierteilig) sind seine Ausschläge nicht direkt proportional dem Produkt der angelegten Potentialdifferenzen, sondern:

$$\alpha = \text{const.}\,(Q_1 - Q_2)\left|N - \frac{Q_1 + Q_2}{2}\right|$$

$$\begin{bmatrix} Q_1 & \text{Potential des 1. Quadrantenpaars} \\ Q_2 & \text{„ „ 2. „} \\ N & \text{„ der Nadel} \end{bmatrix}.$$

Deshalb wurde in dieser Arbeit das Dolezaleksche Binantelektrometer benutzt, das infolge seiner völligen Symmetrie (Nadel und Schachtel zweiteilig) nach der Theorie Ausschläge gibt, die proportional dem Produkt der angelegten Potentialdifferenzen sind, nämlich:

$$\alpha = \text{const.}\,(N_1 - N_2)\,(B_1 - B_2)$$

$$\begin{bmatrix} N_1, N_2 & \text{Potentiale der beiden Nadelhälften} \\ B_1, B_2 & \text{„ „ „ Schachtelhälften} \end{bmatrix}.$$

Es wurde nun zunächst mit Gleichspannung untersucht, wie weit die Angaben des Elektrometers mit der Theorie übereinstimmen. Die ersten Versuche wurden mit einem Zeigerbinanten angestellt. Die Tabelle 1 gibt die Konstante $k = \frac{V_1 \cdot V_2}{\alpha}$, wie sie für verschiedene Verhältnisse der angelegten Spannungen $V_1 : V_2$ erhalten wurde.

Die Schaltung zeigt nachstehendes Schema (Fig. 3).

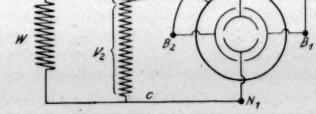


Fig. 3.

1) Dolezalek, Ann. d. Phys. **28**, 312, 1908.
2) Reich, Jahrb. d. drahtl. Telegr. **5**, 176, 1911.

1) Orlich, E.T.Z. 1909, S. 435 u. 466.

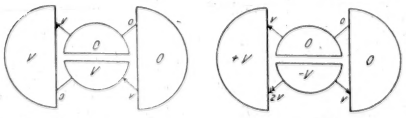
Tabelle 1.

$V_1 : V_2 = 4 : 1$				$V_1 : V_2 = 1 : 1$				$V_1 : V_2 = 1 : 4$			
$z \times V_1$	V_2	α	$k = \frac{V_1 V_2}{\alpha}$	V_1	V_2	α	k	V_1	V_2	α	k
41,6	5,18	10,3	10,46	7,8	7,8	9,7	6,27	3,12	13,7	10,4	4,11
55,8	6,93	19,7	9,80	11,3	11,2	20,8	6,08	4,56	19,8	21,0	4,29
66,9	8,31	31,0	8,97	13,8	13,4	30,6	6,04	5,74	24,7	31,2	4,54
72,8	9,03	40,1	8,20	15,7	15,3	40,4	5,94	6,62	28,4	40,5	4,64
77,2	9,56	51,0	7,23	17,3	16,9	50,2	5,82	7,55	32,3	51,0	4,78
80,5	9,96	61,5	6,51	18,8	18,2	60,0	5,70	8,40	36,0	61,4	4,93
83,5	10,38	71,1	6,12	20,2	19,6	70,4	5,62	9,24	39,5	70,2	5,20
86,7	10,72	81,3	5,72	21,7	21,0	80,8	5,64	10,25	43,8	80,5	5,58
87,6	10,83	89,2	5,32	22,8	22,0	90,8	5,52	11,23	47,8	91,2	5,89
88,9	11,00	101,0	4,85	23,6	22,8	100,6	5,35	11,93	50,8	102 4	5,92

Man sieht aus dieser Tabelle (1), daß ein und derselbe Ausschlag sehr verschiedene Leistungen bedeuten kann. Die Angaben des Instruments stimmen also mit der obigen Theorie nicht überein. Deshalb wurde versucht, die Symmetrieverhältnisse im Elektrometer durch Neigen des ganzen Instruments nach verschiedenen Richtungen zu verbessern, in Analogie zu den Arbeiten von Orlich[1]) und Schultze[2]) am Quadrantelektrometer. Aber selbst mit der zweckmäßigen Justierungsvorrichtung der Binantenschachtel gegen die Nadel, wie sie von Scholl[3]) vorgeschlagen wurde, ist trotz vieler Mühe kein Erfolg erzielt worden.

Es erscheint deshalb die Annahme berechtigt, daß die Größe der Kraftlinienstreuung[4]) und die bei den nach dem Augenmaß ausgerichteten Kugelschalen der Nadel zweifellos großen Unsymmetrien der Nadel eine Justierung wenigstens für die großen Ausschläge eines Zeigerinstruments unmöglich machen.

Der Einfluß der Kraftlinienstreuung wächst mit zunehmender Unsymmetrie der Potentialdifferenzen zwischen benachbarten Elektrometerteilen. Nun hat Dolezalek (l. c.) in idiostatischer Schaltung sehr gute Resultate erhalten, und man ist geneigt, solche auch für das Verhältnis $V_1 : V_2 = 1 : 1$ der Tabelle 1 zu erwarten. Die Fig. 4a und b zeigen aber, daß die Potentialverteilung im Elektrometer bei der Leistungsmessung in diesem Falle wesentlich ungünstiger ist als in idiostatischer Schaltung. Die Unsymmetrie der Potentialverteilung wächst aber mit der Ungleichheit der beiden Spannungen. Durch die Anwendung systematischer Kommutationen am Elektrometer muß der Einfluß dieser Unsymmetrien eliminiert werden können.



a b

idiostat. Schaltung Schaltung für Leistungsmessung

Fig. 4.

Die Prüfung dieser Überlegungen wurde an einem Instrument mit Spiegelablesung vorgenommen, dessen Aufstellung ohne jede methodische Justierung nur nach dem Augenmaß erfolgte. Es wurden bei den folgenden Messungen alle Kommutationen ausgeführt, die durch Vertauschen der Nadelhälften bzw. Schachtelhälften

Tabelle 2.

In idiostatischer Schaltung.

V	Ablesung		2α	2α reduz.	$2\alpha/V^2$
4,00	57,63	48,78	8,85	8,85	0,553
	57,79	49,07	8,72	8,72	0,545
6,00	63,14	43,09	20,05	19,99	0,555
	63,40	43,50	19,90	19,84	0,551
8,00	70,63	35,20	35,43	35,03	0,547
	70,98	35,69	35,29	34,89	0,545
10,00	80,53	24,97	55,56	54,18	0,542
	80,97	25,59	55,38	54,00	0,540

Mittelwert: $\frac{2\alpha}{V^2} = 0{,}547$.

Tabelle 3.

In Leistungsschaltung.

$V_1 : V_2 = 2 : 30$			$V_1' : V_2' = 30 : 2$		
α	Mittelwert	α	α	Mittelwert	α
17,14	16,27	16,02	25,18	16,25	12,58
16,38		15,54	7,93		19,30
15,88	16,26	15,26	9,77	16,48	18,03
17,62		16,28	23,87		14,26
	16,27			**16,37**	

Mittelwert: $\frac{2\alpha}{V_1 V_2} = 0{,}544$.

1) Orlich, Zeitschr. f. Instrumentenkunde **23**, 97, 1903.
2) Schultze, Zeitschr. f. Instrumentenkunde 1907 bis 1909.
3) Scholl, diese Zeitschr. **9**, 918, 1908.
4) Dolezalek, l. c.

und durch Wechsel des Vorzeichens von V_1 und V_2 möglich sind.

Die Tabellen 2 und 3 zeigen, daß die oben angestellte Betrachtung über die Symmetrieverhältnisse im Elektrometer richtig ist. Denn während die Abweichungen der einzelnen Ausschläge von ihrem Mittelwert in idiostatischer Schaltung höchstens einige Prozent betragen, erreichen die Ausschläge beim Verhältnis $V_1 : V_2 = 30 : 2$ Abweichungen bis zu 50 Proz. vom Mittelwert. Andererseits aber stimmen die Mittelwerte aus je acht Messungen bis auf weniger als 1 Proz. überein.

Man sieht also: Durch systematische Kommutationen ist es möglich, mit Hilfe des Binantelektrometers eindeutige Messungen von Gleichstromleistungen zu erhalten.

3. Die Umschalter. Um die im letzten Abschnitt besprochenen Kommutationen am Elektrometer rasch, und ohne das Elektrometer zu berühren, ausführen zu können, und um in derselben Weise die idiostatische Schaltung und die Schaltung zur Leistungsmessung vertauschen zu können, wurden folgende Umschalter gebaut, die sich für alle Arbeiten mit dem Binantelektrometer als praktisch erweisen dürften.

In einem Paraffinblock (Fig. 5) befinden sich neun eiserne Näpfchen mit Quecksilber.

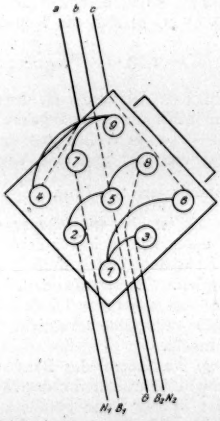


Fig. 5.

Zu 4, 5, 6 führen die Zuleitungen a, b, c der Leistungsschaltung (Fig. 3). Die Leitungen sind mit den Näpfchen außen verlötet. Mit 2, 3, 7, 8 und 5 sind die Nadelhälften, die Schachtelhälften und das Gehäuse des Elektrometers verbunden. Ein großer Doppelbügel verbindet 4 mit 9 und 6 mit 1 oder umgekehrt. Zwei kleine und flacher gebaute Doppelbügel verbinden 1 mit 3 und 5 mit 2 oder umgekehrt, und 9 mit 7 und 5 mit 8 oder umgekehrt. Eine Versetzung des großen Bügels um 90° bedeutet also ein Vertauschen der Spannungen V_1 und V_2, eine Drehung der kleinen Bügel ein Vertauschen von N_1 und N_2 bzw. B_1 und B_2. Für idiostatische Schaltung wird die Zuleitung zu c unterbrochen und 6 mit 9 durch einen einfachen Bügel verbunden. Zur Vermeidung von Induktionswirkungen bei hohen Frequenzen müssen die Dimensionen des Umschalters möglichst klein gewählt werden (Abstand zweier Näpfchen etwa 1 cm). Die Leitungen werden möglichst nahe zusammengelegt und in das Paraffin eingeschmolzen.

Noch bequemer zu handhaben ist die von Quecksilber freie Konstruktion (Fig. 6). Die

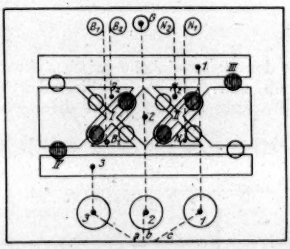


Fig. 6.

neun aus einer 3 mm starken Messingplatte gesägten Teile sind mit gegenseitigen Abständen von 1,5 mm auf eine Hartgummiplatte montiert und werden durch Stöpsel miteinander verbunden. Der Doppelstöpsel I gestattet B_1 und B_2 zu vertauschen, II entsprechend N_1 und N_2, die Stöpsel III und IV entsprechend 1 und 3. Stecken III und IV zugleich an 1 oder 3, so haben wir die idiostatische Schaltung. Die Verbindungen der einzelnen Teile mit ihren Klemmschrauben sind von unten in die Hartgummiplatte versenkt.

4. Die Widerstände. In der Einleitung ist gezeigt, daß für die elektrometrische Leistungsmessung bei hochfrequenten Wechselströmen Widerstände erforderlich sind, über denen ein hindurchgeschickter Strom i eine Potentialdifferenz e_i hervorbringt, die unabhängig von der Frequenz proportional und in Phase mit dem Strom i ist. Wir nennen diese Widerstände kurz „Spannungswiderstände".

Um zur Prüfung der Methode Leistungen

meßbarer Größe herstellen zu können, sind Widerstände nötig, in denen unabhängig von der Frequenz eine dem Quadrat der Stromstärke proportionale Leistung $U = I^2 w$ verbraucht wird. Wir nennen diese Widerstände kurz „Leistungswiderstände".

Die Bedingungen für die Herstellung beider Arten von Widerständen erhalten wir, wenn wir uns einen Widerstand mit Kapazität und Selbstinduktion zusammengesetzt denken aus dem Ohmschen Widerstand w in Serie mit der Selbstinduktion L, denen gemeinsam die Kapazität C parallel geschaltet ist (Fig. 7). Denn jeder Leiter wird bei hoher Frequenz durch dieses Schema dargestellt.

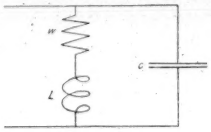


Fig. 7.

Für den Phasenwinkel δ zwischen Strom und Spannung und für den resultierenden Widerstand W dieses Systems ergibt die Rechnung:

$$\operatorname{tg}\delta = \frac{\omega}{w}\left[L - C\left(w^2 + \omega^2 L^2\right)\right], \qquad (1)$$

$$W = w \cdot \frac{1}{\sqrt{\dfrac{1 - 2\omega^2 LC}{1 + \dfrac{\omega^2 L^2}{w^2}} + \omega^2 C^2 w^2}}. \qquad (2)$$

a) Für die Spannungswiderstände erhält man damit folgende Bedingungsgleichungen. Damit $\delta = 0$ wird, muß nach Gleichung (1)

$$C = \frac{L}{w^2\left(1 + \dfrac{\omega^2 L^2}{w^2}\right)} \qquad (3)$$

sein. Dadurch vereinfacht sich die Gleichung (2) zu

$$W = w\left(1 + \frac{\omega^2 L^2}{w^2}\right), \qquad (4)$$

und die Bedingung dafür, daß $e_i = i \cdot W$ unabhängig von der Frequenz ist, lautet:

$$\frac{\omega^2 L^2}{w^2} \ll 1, \qquad (5)$$

damit wird Gleichung (3) zu:

$$C = \frac{L}{w^2}. \qquad (6)$$

Die Gleichungen (5) und (6) geben also die Bedingungen für die Konstruktion von Spannungswiderständen. Da bei den üblichen Widerstandskonstruktionen stets die Selbstinduktion vorherrscht, ist in erster Linie darauf zu sehen, daß die Zeitkonstante $\frac{L}{w}$ möglichst klein wird. Wenn dabei C dem Wert $\frac{L}{w^2}$ nahekommt, tritt gemäß Gleichung (1) eine Kompensationswirkung zwischen C und L auf.

Eine eingehende Darstellung der Konstruktion von Normalwiderständen mit kleiner Selbstinduktion für Wechselstrommessungen hat Orlich[1]) gegeben. Er verwendet aufeinandergelegte dünne Bänder und gibt für deren Selbstinduktion die Formel:

$$L = \frac{2\pi}{3}\frac{3h + 2d}{b} \cdot a \,^{2}),$$

wo:

a = ganze Länge des Bandes	109
b = Breite „ „	0,46
d = Dicke „ „	0,01
h = Dicke der Isolationsschicht	0,05
σ = spezifischer Widerstand	42000

Der Widerstand ist:

$$w = \frac{\sigma \cdot a}{b \cdot d}$$

und damit die Zeitkonstante:

$$\frac{L}{w} = \frac{2\pi}{3}\frac{(3h + 2d)\,d}{\sigma}.$$

Für Glimmer als Isolationsschicht (Dielektrizitätskonstante = 6) ergibt sich die Kapazität:

$$C = 1{,}33 \cdot 10^{-22}\frac{a \cdot b}{h}.$$

Der Orlich-Widerstand 1 Ω, dessen Dimensionen oben in Klammern angegeben sind, gibt damit für $\lambda = 100$ m Wellenlänge eine Phasenverschiebung von 58° und eine Vergrößerung des Widerstands um 100 Proz. $\frac{\omega^2 L^2}{w^2}$ hat den Wert 2,5. Es ist also wünschenswert, Widerstände mit wesentlich kleinerer Zeitkonstante zu erreichen. Zu diesem Zweck muß h und d verkleinert werden. Es wurde daher ein Konstantanband von 0,001 cm Dicke[3]) verwendet und die isolierende Glimmerschicht dünner als 0,01 cm gemacht.

Das enge Festhalten des Bandes auf der Isolationsschicht geschieht in der Weise, daß zwischen das in der Mitte gefaltete Band ein 1,5 cm breiter Glimmerstreifen eingelegt wird und über Band und Glimmerstreifen zusammen von der Seite des Falzes her dickere Glimmerscheiben, die in der Mitte einen 2 cm langen

1) Orlich, Zeitschr. f. Instrumentenkunde 1909.
2) Alle Größen sind in abs. el. m. Maße gemessen.
3) Geliefert von W. C. Heraeus, Hanau.

Schnitt besitzen, aufgeschoben werden (Fig. 8). Die Scheiben haben einen gegenseitigen Abstand von 2 bis 3 cm. Um ein Losewerden des Bandes durch Wärmeausdehnung zu verhindern, wird in den Falz des Bandes eine Glimmerscheibe eingelegt, die durch einen Faden und eine Spiralfeder mit dem Grundbrett verbunden ist.

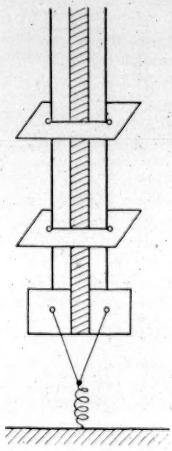


Fig. 8.

Für die Maße:

$$a = 52,$$
$$b = 0{,}5,$$
$$d = 0{,}001,$$
$$h = 0{,}01$$

erhält man aus obigen Formeln:

$$w = 5{,}1 \times 10^{9},$$
$$C_w = 0{,}345 \times 10^{-18},$$
$$L = 7.$$

Zu C_w tritt bei der Leistungsmessung die Kapazität der Elektrometerzuleitung (berechnet in Abschnitt 5, a) $C_L = 0{,}066 \times 10^{-18}$ und die des Elektrometers $C_E = 0{,}027 \times 10^{-18}$, so daß die gesamte Kapazität $C = 0{,}438 \times 10^{-18}$ wird. Damit ist erreicht, daß nach der Rechnung der Einfluß von Kapazität und Induktivität annähernd verschwinden $\left(\frac{\omega^2 L^2}{w^2} < 10^{-3} \text{ für } \lambda = 100 \text{ m}\right)$.

Eine stromverdrängende Einwirkung der beiden Bänder aufeinander findet nach den Berechnungen von Orlich[1]) nicht statt, dagegen erscheint eine seitliche Stromverdrängung in den einzelnen Bändern wahrscheinlich und durch die Messungen (Abschnitt 5, d) bestätigt zu werden. Die Erhöhung des Leistungswiderstands beträgt 13,5 Proz. bei $\lambda = 140$ m Wellenlänge[1]).

b) Leistungswiderstände. Als Wattverbrauch des Widerstands mit Selbstinduktion und Kapazität (Fig. 7) ergeben die Gleichungen (1) und (2):

$$U = \frac{1}{\tau}\int_0^{\tau} e i\, dt = E I \cos\delta$$
$$= \frac{I^2 w}{1 - 2\omega^2 LC + \omega^2 C^2 w^2 \left(1 + \frac{\omega^2 L^2}{w^2}\right)}.$$

Die Bedingung dafür, daß der Ausdruck für die Leistung unabhängig von Kapazität, Selbstinduktion und Frequenz ist, lautet:

$$\omega^2 C\left[-2L + Cw^2\left(1 + \frac{\omega^2 L^2}{w^2}\right)\right] \ll 1.$$

Auf Grund dieser Bedingungsgleichung prüfen wir nun die verschiedenen Arten von Widerständen auf ihre Brauchbarkeit als Leistungswiderstände.

α) Bei dem besprochenen Spannungswiderstand 5,1 Ω (Abschnitt 4, a) der eigenen Konstruktion ist $\frac{\omega^2 L^2}{w^2} \ll 1$ für $\lambda = 140$ m und man erhält:

$$\omega^2 C[-2L + Cw^2]$$
$$= 0{,}62 \times 10^{-4}[-14 + 9] \ll 1.$$

Da eine Kompensationswirkung von Kapazität und Selbstinduktion vorliegt, wäre der Widerstand als Leistungswiderstand gut brauchbar, wenn er nicht (nach a) Skineffekt hätte.

β) Der Orlich-Widerstand 1 Ω gibt bei derselben Frequenz:

$$\omega^2 C\left[-2L + Cw^2\left(1 + \frac{\omega^2 L^2}{w^2}\right)\right]$$
$$= 2{,}4 \times 10^{-5}[-180 + 0{,}133\,(1 + 1{,}46)]$$
$$= 4{,}3 \times 10^{-3} \ll 1,$$

d. h. der Widerstand genügt der Bedingung mit $^1/_2$ Proz. Fehler.

γ) Da vor allem Wert darauf zu legen war, Fehler durch Skineffekt auszuschließen, wurden Leistungswiderstände aus skineffektfreiem Konstantandraht[2]) hergestellt. Um einen von 1—10 Ω variablen Widerstand dieser

1) Orlich, Zeitschr. f. Instrumentenkunde 1909.

1) Es ist zu erwarten, daß dieser Skineffekt verkleinert oder beseitigt wird, wenn statt des 0,5 cm breiten Bandes mehrere schmälere Bänder mit kleinen Abständen verwendet werden. Aus praktischen Rücksichten ist auf die Verfolgung dieses Ziels an dieser Stelle verzichtet worden.

2) Zenneck, Leitfaden der drahtlosen Telegraphie 1909, S. 352.

Art zu erhalten, wurde der Draht als Brücke mit zwei parallelen Drähten im Abstand von 1 cm so ausgespannt, daß ein mit Klemmschraube versehener Schieber beide Drähte kurzschließt und so eine beliebige Variation des Widerstands gestattet. Man erhält für $\lambda = 140$ m: [$w = 10^{10}$, $L = 1700$ [2]), $C = 0{,}70 \times 10^{-20}$ [2])],

$$w^2 C \left[-2L + Cw^2 \left(1 + \frac{\omega^2 L^2}{w^2} \right) \right]$$

$$= 1{,}26 \times 10^{-6} [3400 - 0{,}70\,(1 + 5{,}2)]$$
$$= 4{,}3 \times 10^{-3} \ll 1,$$

d. h. der Widerstand genügt der Bedingung mit demselben Fehler wie β. Hierbei ist zu bemerken, daß das Fehlerglied nur von dem Produkt $2\omega^2 LC$ abhängt. Da bei Veränderung des Verhältnisses von Drahtdurchmesser zu Abstand beider Drähte L und C sich etwa im umgekehrten Verhältnisse[1]) ändern, wird das Fehlerglied also seinen Wert über einen gewissen Bereich beibehalten, so daß die Dimensionen dieses Widerstands nicht genau festgelegt sein müssen.

5. Die Methode der Leistungsmessung. Nach diesen Vorarbeiten konnte darangegangen werden, Leistungen hochfrequenter Wechselströme nach dem in Fig. 2 skizzierten Prinzip mit dem Binantelektrometer zu messen. Als verbrauchendes System wurde ein geschlossener Schwingungskreis gebildet, der mit dem Meßkreis gekoppelt war. Gemessen wurde der Wattverbrauch in der Primärseite der Kopplungsspulen. Der Meßkreis erhielt seine Energie durch Stoßerregung.

a) Die Schaltung. Die verwendete Schaltung gibt Fig. 9 wieder. Der aus Drehkondensator C, Stoßfunkenstrecke F und Selbstinduktion L gebildete Stoßkreis ist bei LL_1 mit dem Meßkreis I gekoppelt. Kreis I besteht aus Selbstinduktion L_1, Drehkondensator C_1, Widerstand W_1, Kopplungsring l und Hitzdrahtstrommesser A_1. Er ist bei lL_2 mit dem Verbrauchskreis II gekoppelt, der aus L_2, C_2, A_2 und zwei Widerständen W_2 und W_2' besteht. W_2' ist variabel. Der Energieverlust von l, d. h. die Energie, die l an L_2 abgibt, soll gemessen werden. W_1 ist daher ein Spannungswiderstand (nach Abschnitt 4, a). 1′, 2′ sind die Klemmen von W_1, 2″, 3″ von l. Wenn 2′ und 2″ miteinander verbunden sind, müssen also die Potentiale von 1′, 2′ und 3″ an das Elektrometer bzw. den Umschalter gelegt werden. Dabei ist äußerste Sorgfalt auf die Schaltung zu verwenden, um Störungen durch induzierende Schleifen der Leitungen nach Möglichkeit zu vermeiden. Die Elektrometerleitungen bestehen deshalb bis zum

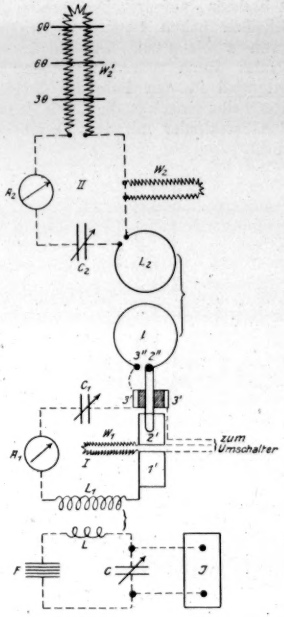


Fig. 9.

Umschalter aus 0,5 cm breiten Kupferbändern, die unter Zwischenlegung von schellackiertem Papier durch Hartgummiklemmen zusammengehalten werden. [Kapazität für 50 cm Länge: $\frac{\varepsilon \cdot a \cdot b}{4\pi c^2 d} = 0{,}066 \cdot 10^{-18}$].

Die Klemmen 1′ und 2′ sind rechteckige Messingklötze, die nur durch eine Glimmerscheibe voneinander isoliert sind und an die die Kupferbänder seitlich angelötet sind. Die Verbindung 2′ 2″ ist durch einen Stöpsel gebildet. Dadurch, daß auf diesen Stöpsel durch Hartgummi isoliert der Messingring 3′ aufgeschoben wird und daß Hauptstromleitung und Elektrometerleitung von diesem Ring statt von 3″ abgezweigt werden, ist erreicht, daß 3′ und 2′ dicht beisammenliegen und Induktionswirkungen auf das Leiterstück 3″ 3′ das Elektrometer nicht stören. Außerdem kann der Ring l bei 2″ 3″ beliebig ausgewechselt oder Widerstand zwischengeschaltet werden, ohne daß an den Elektrometerleitungen etwas geändert wird.

b) Die Eichung. Zunächst mußte das

1) Orlich, Kapazität und Induktivität 1909, Anhang.

Wattmeter geeicht werden. Dazu waren zwei Möglichkeiten gegeben:

α) Eine absolute Eichung des Elektrometers mit Gleichspannung bzw. eine Gleichstromeichung des Wattmeters dadurch, daß die Gleichstromleistung in einem bekannten Widerstand bei bekannter Stromstärke gemessen wird.

β) Eine Eichung mit hochfrequentem Wechselstrom unter Verwendung der oben besprochenen Leistungswiderstände (Abschnitt 4, b, γ). Man macht diese Eichung zweckmäßig direkt in der beschriebenen Wattmeterschaltung. Man mißt also mit dem Binanten den Wattverbrauch an der Primärseite der Kopplungsspule, indem man entweder direkt in diese Leistungswiderstand einschaltet unter Unterbrechung des Verbrauchskreises II, oder indem man den Verbrauch in Kreis II durch Zusatz von Leistungswiderständen W_2' um bekannte Beträge vermehrt.

Auf eine Gleichstromeichung nach der Methode α muß nach den gemachten Erfahrungen verzichtet werden, da bei den angewandten hohen Frequenzen Induktionswirkungen z. B. in den Zuleitungen vom Umschalter zu den einzelnen Klemmen des Elektrometers, ebenso Wirbelstromverluste in irgendeinem Teil der Apparatur (siehe später α_0) nie mit Sicherheit vermieden werden können. Da außerdem die kleinsten Veränderungen der ganzen Anordnung die Messungen beeinflussen, ist es wünschenswert, daß die Eichung stets im Zusammenhang mit jeder Messung und mit derselben Frequenz wie diese erfolgt.

Dazu kommt, daß die Benutzung einer Gleichstromeichung zur Voraussetzung hat, daß der Spannungswiderstand W_1 bei den hohen Frequenzen seinen Gleichstromwert beibehält, was nach Abschnitt 4, a zu erheblichen technischen Schwierigkeiten führt, wogegen die Eichung nach der Methode β sich auf den Gleichstromwert eines Leistungswiderstands stützt, der ja (nach Abschnitt 4, b, γ) viel leichter allen Anforderungen genügt. Zudem bedeutet es eine wesentliche Vereinfachung der Messungen, daß, wie die späteren Messungen zeigen, hierbei auf jegliche Kommutation am Elektrometer verzichtet werden darf.

Eine Eichung nach der ersten Form der Methode β ist in Fig. 10 wiedergegeben, welche die Elektrometerausschläge α in Funktion der die Leistung verbrauchenden Widerstände W_1' angibt. Die Ausschläge sind in allen Stellungen (I, II, usf.) des Umschalters aufgenommen und auf die Stromstärke 1 reduziert. Es ergibt sich daraus, daß, auch wenn der Verbrauchskreis entfernt ist und kein Energie verbrauchender Widerstand in die primäre Kopplungsspule, deren Leistung gemessen wird, eingeschaltet ist, den-

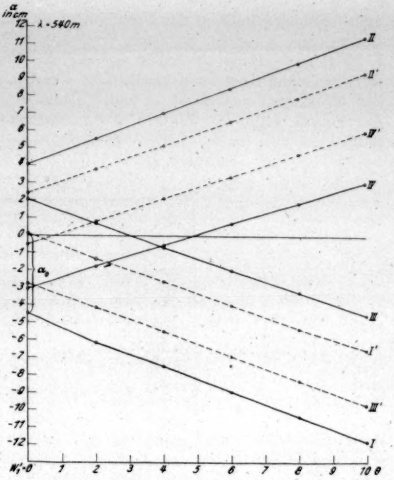


Fig. 10.

noch ein beträchtlicher Ausschlag α_0 des Elektrometers erfolgt. Dieser ist in verschiedenen Stellungen des Umschalters verschieden groß. Im Mittel ist α_0 nur gleich 1 cm. Dieser Wert dürfte den Strahlungsverlusten der primären Kopplungsspule an die Umgebung (Wirbelstromverluste) entsprechen. Die Verschiedenheit der Ausschläge mag teils auf die Unsymmetrien im Elektrometer (Abschnitt 2), teils auf Induktionswirkungen in den Zuleitungen vom Umschalter zu den einzelnen Klemmen des Elektrometers zurückzuführen sein. Man wird aber

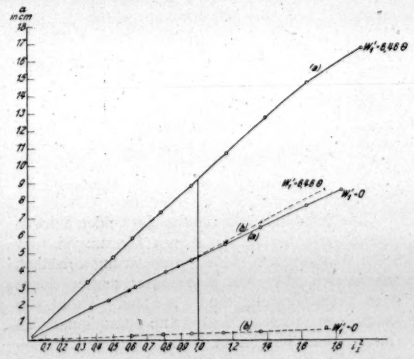


Fig. 11.

stets diejenige Stellung des Umschalters wählen, bei welcher a_0 seinen kleinsten Wert hat, z. B. I′ (Fig. 10). Dadurch erhält a_0 nur die Bedeutung einer Korrektionsgröße. Der Vergleich der Messungen a (Tabelle 4) und b (Tabelle 5) der Fig. 11 zeigt den Einfluß dieser Umschaltung.

Tabelle 4.

$W_1' = 0$. $\lambda = 563$ m. $W_1' = 6{,}46\ \Theta$.

Ablesung	a_0	i_0	a_0/i_0^2	Ablesung	a_1	i_1	a_1/i_1^2
21,40 19,12	2,28	0,69	4,81	21,60 16,82	4,78	0,71	9,54
21,40 18,36	3,04	0,79	4,83	21,59 15,76	5,83	0,79	9,45
21,43 17,52	3,91	0,90	4,82	21,59 14,28	7,31	0,88	9,37
21,42 16,88	4,54	0,98	4,74	21,60 12,78	8,82	0,98	9,18
21,42 15,92	5,50	1,08	4,74	21,60 10,88	10,72	1,08	9,20
21,42 14,98	6,44	1,17	4,72	21,59 8,80	12,79	1,18	9,16
21,42 13,70	7,72	1,28	4,72	21,62 6,80	14,82	1,28	9,03
21,42 12,80	8,62	1,36	4,68	21,61 4,78	16,83	1,38	8,58
		Mittelwert	4,76			Mittelwert	9,22

Tabelle 5.

$W_1' = 0$. $\lambda = 563$ m. $W_1' = 6{,}46\ \Theta$.

Ablesung	a_0	i_0	a_0/i_0^2	Ablesung	a_1	i_1	a_1/i_1^2
22,56 22,32	0,24	0,78	0,39	22,57 19,70	2,87	0,77	4,83
22,55 22,28	0,27	0,89	0,34	22,56 18,30	4,26	0,94	4,83
22,53 22,21	0,32	0,98	0,33	22,57 16,90	5,67	1,08	4,84
22,53 22,15	0,38	1,07	0,33	22,57 15,80	6,77	1,17	4,94
22,53 22,06	0,47	1,17	0,35				
später 22,66 21,93	0,73	1,32	0,42	später 22,66 14,00	8,66	1,32	4,96
		Mittelwert	0,36			Mittelwert	4,88

Die Selbstinduktionsspulen der beiden Schwingungskreise hatten bei diesen Messungen viele „tote Windungen". Jede Verkleinerung derselben macht sich aber, wie sich später zeigte, durch eine Verminderung von $_0$ geltend. Es ist also darauf zu achten, daß keine unnötigen Windungen und überhaupt keine unnötigen Metallteile, die Energie absorbieren können, in der Nähe der Apparatur sich befinden.

Die Darstellung von a_0 in Funktion des Quadrats der Stromstärke (Fig. 11, $W_1' = 0$) ergibt einen geradlinigen Verlauf der Kurve, d. h. a_0 darf so behandelt werden, als ob es von einer Leistung herrührte, was auch aus dem parallelen Verlauf der Kurven in Fig. 10 hervorgeht. Der annähernd geradlinige Verlauf der Kurven in Fig. 10 und 11 zeigt weiter, daß die Elektrometerkonstante im Bereich einer Messung ihren Wert beibehält, daß also auf die Umschaltungen am Elektrometer verzichtet werden darf. Die Richtigkeit der beiden letzten Folgerungen geht auch daraus hervor, daß bei den späteren Messungen die Abweichungen der Einzelwerte von den aus den Mittelwerten berechneten Werten keinen bestimmten Gang zeigen (Tabellen 6 und 7).

Die Leistungskonstante k ergibt sich aus der Energiegleichung:

$$U = k\left(\frac{a_1}{i_1^2} - \frac{a_0}{i_0^2}\right) = W_1' \cdot 1^2,$$

mit den Werten der Tabellen 4 und 5 als:

$$k = \frac{6{,}46}{9{,}22 - 4{,}76} = 1{,}45,$$

oder

$$= \frac{6{,}46}{4{,}88 - 0{,}36} = 1{,}43.$$

Die Eichung in der zweiten Form der Methode β hat vor der ersten Form den Vorzug, daß dabei der Meßkreis unberührt bleiben kann, was besonders mit Rücksicht darauf von Bedeutung ist, daß a_0 möglichst unverändert erhalten bleiben muß. Es werden bei dieser Methode statt in den Meßkreis in den Verbrauchskreis stufenweise bekannte Widerstände zugeschaltet, worauf aus den bekannten Leistungsänderungen die Leistungskonstante des Wattmeters bestimmt wird.

Der Korrektionsausschlag a_0 wird dadurch erhalten, daß der Verbrauchskreis an einer Stelle unterbrochen wird. Es zeigte sich hierbei, daß schon die Unterbrechung dieses Kreises durch Lösen eines Verbindungsdrahtes infolge der veränderten Konfiguration Störungen von a_0 hervorrief. Um möglichst unveränderliche Verhältnisse zu haben, wurde diese Unterbrechung daher durch einen Stöpsel hergestellt.

Eine Eichung nach der zweiten Form der Methode β zeigt die Tabelle 6:

Die Messung erfolgte in der Weise, daß zunächst der Nullpunkt des Elektrometers abgelesen wurde. Darnach wurde der Strom eingeschaltet und durch einen im Primärkreis des Induktors liegenden Widerstand so reguliert, daß das Hitzdrahtinstrument des Meßkreises einen bestimmten Strom i_1 anzeigte, der der Einfach-

Tabelle 6.
$\lambda = 563$ m.

Ablesung	a_1	a_0	$a = a_1 - a_0$	i_1	i_2	$\frac{a}{i_2^2} k = \mathfrak{W}_2$	Differenzen	$k \cdot \frac{a}{i_2^2}$ in Ω	$\mathfrak{W}_2$ berechnet in Ω	$\Delta \mathfrak{W}_2$
22,60 18,68	3,92		3,19	1,36	0,940	$3{,}61\,k = w_2 + 3\,\Omega$	$1{,}93\,k = 3\,\Omega$	5,68	5,72	−0,04
22,59 19,42	3,17		2,44	1,36	0,704	$4{,}92\,k = w_2 + 5\,\Omega$	$0{,}62\,k = 1\,\Omega$	7,74	7,72	+0,02
22,60 19,98	2,62		1,89	1,36	0,556	$6{,}12\,k = w_2 + 7\,\Omega$	$0{,}58\,k = 1\,\Omega$	9,63	9,72	−0,09
22,60 20,28	2,32		1,59	1,36	0,460	$7{,}50\,k = w_2 + 9\,\Omega$	$1{,}96\,k = 3\,\Omega$	11,80	11,72	+0,08
22,66 21,93		0,73		1,36	0	Mittelwert: $5{,}54\,k = w_2 + 6\,\Omega$	$5{,}09\,k = 8\,\Omega$ damit: $k = 1{,}572$ $w_2 = 2{,}72\,\Omega$			

heit halber bei der ganzen Messung durch Regulieren beibehalten wurde. Gleichzeitig mußte die Stromstärke i_2 im Verbrauchskreis und das Elektrometer abgelesen werden.

Um eine zu große Erwärmung und damit unregelmäßiges Arbeiten der Stoßfunkenstrecke zu vermeiden, wurde nach jeder Ablesung der Strom unterbrochen und nach Veränderung des Widerstands im Verbrauchskreis um 2 Ω von neuem der Nullpunkt des Elektrometers abgelesen. In Spalte 7 und 8 der Tabelle 6 ist der auf die Einheit der Stromstärke reduzierte Ausschlag des Elektrometers proportional dem entsprechenden Gesamtwiderstand $\mathfrak{W}_2$ des Ver-

Tabelle 7.
$\lambda = 142$ m.

Ablesung	a_1	a_0	$a = a_1 - a_0$	i_1	i_2	$\frac{a}{i_2^2} \cdot k = \mathfrak{W}_2$	$\frac{a}{i_2^2} \cdot k$ aus $\mathfrak{W}_2 - W_2$	$\frac{a}{i_2^2} \cdot k$ Mittelwert	Differenzen	$\frac{a}{i_2^2} \cdot k$ in Ω	$\mathfrak{W}_2$ berechn. in Ω	$\Delta \mathfrak{W}_2$
20,17 21,56		1,39 reduz. 1,20		1,40 reduz. 1,30	0	∞						
20,22 28,64	8,42		7,22	1,30	0,960	$7{,}83\,k = w_2 + 9\,\Omega$	$7{,}81\,k$	$7{,}82\,k$	$3{,}04k = 4{,}5\,\Omega$	11,51	11,53	−0,02
20,20 26,40	6,20		5,00	1,30	0,926	$5{,}82\,k = w_2 + 6\,\Omega$	$5{,}82\,k$	$5{,}82\,k$	$1{,}04k = 1{,}5\,\Omega$	8,56	8,53	+0,03
20,21 24,50	4,29		3,09	1,30	0,906	$3{,}76\,k = w_2 + 3\,\Omega$	$3{,}78\,k$	$3{,}77\,k$	$1{,}01k = 1{,}5\,\Omega$	5,53	5,53	0,00
20,20 22,92	2,72		1,52	1,30	0,946	$1{,}70\,k = w_2$	$1{,}72\,k$	$1{,}71\,k$	$3{,}07k = 4{,}5\,\Omega$	2,50	2,53	−0,03
						$19{,}11\,k = 4\,w_2 + 18\,\Omega$ $w_2 + 4{,}5\,\Omega$		$19{,}12\,k$ $4{,}78\,k$	$8{,}16\,k = 12\,\Omega$ damit: $k = 1{,}471$			
20,18 21,37		1,19		1,30	0	∞						
20,18 27,02	6,84		5,64	1,30	0,968	$6{,}02\,k = w_2 + W_2$	$W_2 = 4{,}30\,k = 6{,}325\,\Omega$			8,86	8,86	0,00
20,19 29,44	9,25		8,05	1,30	0,998	$8{,}08\,k = w_2 + 3\,\Omega + W_2$	bei Gleichstrom gemessen $= 6.30\,\Omega$.			11,89	11,86	+0,03
20,22 30,73	10,51		9,31	1,30	0,958	$10{,}12\,k = w_2 + 6\,\Omega + W_2$				14,90	14,86	+0,04
20,27 31,28	11,01		9,81	1,30	0,900	$12{,}11\,k = w_2 + 9\,\Omega + W_2$				17,83	17,86	−0,03
		Mittel: 1,20				$36{,}33k = 4w_2 + 18\,\Omega + 4\,W_2$ $4.30\,k = W_2$						

brauchskreises gesetzt und aus den erhaltenen Gleichungen die Leistungskonstante und der Widerstand w_2 des Verbrauchskreises ohne zugeschaltete Widerstände berechnet. In Spalte 9 und 10 sind die gemessenen bzw. aus den Mittelwerten berechneten Werte von $\mathfrak{W}_2$ zusammengestellt, um in Spalte 11 die Differenzen zwischen gemessenen und berechneten Werten zu zeigen. Dieselben betragen durchweg weniger als 1 Proz. und zeigen keinen Gang in bestimmter Richtung.

c) Die Prüfung der Methode. Die beabsichtigte Messung des Wattverbrauchs von Widerständen begegnet nun keinen weiteren Schwierigkeiten mehr, da sie ganz analog der zweiten Form der Eichungsmethode β erfolgt, indem einfach der fragliche Widerstand zu dem Widerstand w_2 des Verbrauchskreises hinzugeschaltet wird. Ein Beispiel für den Verlauf einer Messung gibt die Tabelle 7. Da die Leistungen auf die Einheit der Stromstärke reduziert sind, so ergeben sich direkt die Werte der Widerstände im Gebrauch als Leistungswiderstände.

Der erhaltene Wert des Widerstands W_2 als Leistungswiderstand stimmt also auf 0,4 Proz. Genauigkeit mit seinem Gleichstromwert überein. W_2 und W_2' waren in diesem Falle nach Abschnitt 4, b, γ konstruierte Leistungswiderstände.

Für die Genauigkeit der Methode ist maßgebend einerseits die Genauigkeit der Eichung und andererseits die Genauigkeit der Messungen.

Die Genauigkeit der Eichung hängt nach den Ausführungen des vorhergehenden Abschnitts ab von der Zuverlässigkeit des Leistungswiderstands W_2', dessen Fehler in Abschnitt 4, b, γ besprochen und gleich 0,5 Proz. berechnet sind. Daß die Größe dieser Fehler nicht genau festgelegte Abmessungen des Widerstands verlangt, ist schon dort erwähnt und dadurch bestätigt, daß W_2 von seinem Gleichstromwert nicht stärker abweicht, obwohl der Abstand der parallelen Drähte bei W_2 gleich 3 cm, bei dem der Eichung zugrunde liegenden W_2' nur gleich 1 cm gemacht wurde.

Die Genauigkeit der Messungen geht aus der Größe der Differenzen $\Delta\mathfrak{W}_2$ (Tabelle 7) hervor, die im Mittel 0,3 Proz. betragen. Auf dieselbe Fehlergröße führt auch die Übereinstimmung der Resultate der im nächsten Abschnitt wiedergegebenen Messungen. Es erscheint daher berechtigt, die Grenze für die gesamten Fehler auf 1 Proz. anzugeben.

d) Die Bestimmung verschiedener Widerstände. Zur weiteren Kontrolle der Methode und zur Prüfung von verschiedenen Widerstandskonstruktionen wurden noch folgende Messungen ausgeführt. Zunächst wurde an Stelle von W_2 ein Spannungswiderstand (nach Abschnitt 4, a) von $W_{Sp} = 6{,}46\ \Theta$ Gleichstromwert gesetzt und für seinen Leistungswert erhalten:

$$W_{Sp} = 7{,}33\ \Theta = 1{,}135 \times 6{,}46\ \Theta.$$

Darin liegt eine Bestätigung der Annahme (Abschnitt 4, a), daß diese Widerstände nicht frei von Skineffekt sind.

Darauf wurde der variable Widerstand W_2' ersetzt durch einen Feußnerwiderstand[1]) und damit wieder W_2 und W_{Sp} gemessen. Man erhielt:

$$W_2 = 5{,}12\ \Theta = \underline{0{,}809} \times 6{,}325\ \Theta,$$

$$W_{Sp} = 5{,}91\ \Theta = 0{,}915 \times 6{,}46\ \Theta,$$

oder, da W_{Sp} bei dieser Frequenz gleich 7,33 Θ gemessen wurde:

$$W_{Sp} = 5{,}91\ \Theta = \underline{0{,}806} \times 7{,}33\ \Theta,$$

d. h. es ergibt sich übereinstimmend (mit einem Fehler von 0,4 Proz.), daß bei 142 m Wellenlänge der Spannungswiderstand W_{Sp} eine Erhöhung um 13,5 Proz., der Feußnerwiderstand eine Erhöhung um 19 Proz. seines Gleichstromwertes erleidet.

Zusammenfassung.

1. Es wird die Verwendung des Binantelektrometers zur Leistungsmessung an Gleichstromkreisen untersucht, mit dem Ergebnis, daß mit Hilfe geeigneter Kommutationen stets zuverlässige Meßresultate zu erreichen sind.

2. Es wird die Konstruktion von Rheostaten angegeben, die bei Anwendung von hochfrequenten Wechselströmen bis 140 m Wellenlänge mit genügender Genauigkeit lediglich Ohmschen Widerstand entwickeln.

3. Es wird die Methode der Leistungsmessung mit dem Binantelektrometer für hochfrequente Wechselströme durchgearbeitet auf eine Genauigkeit von 1 Proz. bei 140 m Wellenlänge.

4. Die Methode wird zur Messung des Wattverbrauchs einiger Widerstände bei 140 m Wellenlänge benutzt.

Die Arbeit wurde ausgeführt im Institut für angewandte Elektrizität und an der radioelektrischen Versuchsanstalt für Marine und Heer in Göttingen. Die Anregung dazu erhielt ich von Herrn Professor Dr. H. Th. Simon, dem ich wie den Herren Privatdozent Dr. M. Reich und Assistent Dr. H. Busch für die reiche Förderung meiner Arbeit großen Dank schulde.

1) Feußner, E.T.Z. **20**, 611, 1899. Geliefert von Hartmann & Braun, Frankfurt.

(Eingegangen 12. März 1913.)

Eine Methode, feine Absorptionslinien für Untersuchungen in starken Magnetfeldern zu erhalten.
(Eene methode voor het verkrijgen van fijne absorptielijnen voor onderzoekingen in sterke magnetische velden.)

Von R. W. Wood und P. Zeeman[1]).

Im Sommer 1911 hatten wir den Plan gefaßt, gemeinsam einige Versuche über die magnetische Doppelbrechung von Metalldämpfen anzustellen.

Diese Doppelbrechung ist zum ersten Male von Voigt entdeckt (und auf Grund der Theorie vorhergesagt) worden; später ist sie dann von Zeeman und Geest untersucht worden.

In der Abhandlung der letztgenannten Forscher wird das interessante Gebiet zwischen den Komponenten der magnetisch gespaltenen Natriumlinien untersucht, und die Ergebnisse werden zeichnerisch dargestellt. Es erschien wünschenswert, diese Untersuchung unter Verwendung sehr feiner Linien weiter auszudehnen, die während langer Zeit konstant gehalten werden können, sowie die Ergebnisse durch photographische Aufnahmen festzulegen.

Unsere Untersuchung kam nicht über das Vorbereitungsstadium hinaus und ist jetzt durch die inzwischen erschienene Mitteilung von Voigt und Hansen[2]) überflüssig geworden.

Während unserer vorläufigen Beobachtungen versuchten wir eine große Anzahl von Methoden, feine und konstante Absorptionslinien zu erzielen. Es erscheint nicht unwichtig, eines unserer Ergebnisse mitzuteilen.

Die Absorptionslinien des Natriums erhält man wunderschön fein, wenn man Glasröhrchen mit etwas metallischem Natrium anwendet. Die Röhrchen werden an die Luftpumpe angeblasen und dann ausgepumpt. Ein Röhrchen von einigen Zentimetern Länge wird vertikal zwischen die Magnetpole des horizontalen Feldes gebracht. Es ist sehr wohl möglich, mit Röhrchen mit einem äußeren Durchmesser von einigen Millimetern zu arbeiten. Natürlich wird viel von dem Licht einer Bogenlampe von der Röhre zurückgeworfen und zerstreut, aber es bleibt genügend übrig, um den inversen Magneteffekt mit einem großen Rowlandschen Gitter zu beobachten.

Die magnetische Spaltung der feinen Absorptionslinien läßt sich sehr schön betrachten und bei genügend langer Expositionszeit photographieren.

Die Erhitzung der Röhre kann mittels einer Flamme erfolgen, besser aber mittels des elektrischen Stromes.

Röhrchen mit anderen zu verdampfenden Metallen lassen sich natürlich auf dieselbe Weise erhalten[1]).

1) Unser Verfahren ist seither von Herrn Dr. phil. nat. H. R. Woltjer bei einer Untersuchung im physikalischen Laboratorium in Amsterdam mit Erfolg angewandt worden. Die Ergebnisse dieser Arbeit sollen später für sich veröffentlicht werden.

(Nach Verh. Koninkl. Akad. van Wetenschappen te Amsterdam, 1913, S. 1163—1164, aus dem Holländischen übersetzt von Max Iklé.)

(Eingegangen 27. März 1913.)

Die rote Lithiumlinie.
(De roode lithiumlijn.)

Von P. Zeeman[1]).

Nur die Spektrallinien, welche einen Teil zwei- und dreifacher Serien bilden, werden in einem Magnetfelde auf komplexe Weise, d. h. nicht in Tripletts, gespalten. Die Ursache der komplexen Spaltung hängt auf das engste mit der Anwesenheit von Gruppen aus zwei oder drei zusammengehörigen Linien im gewöhnlichen Spektrum zusammen (Serientriplett oder -duplett). Sie hat nichts mit dem Serienverband zu tun, da es auch zusammenhängende Serien von Linien gibt, die durch ein Magnetfeld in Tripletts gespalten werden[2]).

Paschen und Back haben kürzlich[3]) in einer sehr wichtigen Untersuchung gefunden, daß die Linien, die zu einem Serientriplett oder -duplett gehören, wenn sie dicht beieinander liegen, auf ganz besondere Art aufeinander einwirken können. Unter dem Einflusse eines hinreichend starken Magnetfeldes entsteht nicht, wie man erwarten sollte, eine Übereinanderlagerung der Spaltungstypen der einzelnen Linien, sondern ein normales Triplett.

Zu den von Paschen und Back untersuchten Linien gehören auch die Lithiumlinien. Viele Naturforscher halten auf Grund der bekannten Gesetze für die Spektralserien die Linien des Lithiumspektrums, sowie die der Spektren der übrigen Alkalimetalle, für doppelt.

Zuweilen ist wohl auch die Meinung geäußert worden, daß Lithium eine Ausnahme von der Regel sei. Damit würde dann auch das von Voigt gefundene Ergebnis zusammenhängen,

1) Vorgelegt in der ordentlichen Sitzung der naturwissenschaftlichen Abteilung der Koninklijke Akademie van Wetenschappen te Amsterdam am 25. Januar 1913.

2) Lohmann, diese Zeitschr. **9**, 145, 1908; Paschen, Ann. d. Phys. (4) **30**, 746, 1909; **35**, 860, 1911; Royds, Ann. d. Phys. (4) **30**, 1024, 1909.

3) Paschen u. Back, Normale und anomale Zeemaneffekte. Ann. d. Phys. (4) **39**, 897, 1912.

1) Vorgelegt in der ordentlichen Sitzung der naturwissenschaftlichen Abteilung der Koninklijke Akademie van Wetenschappen te Amsterdam am 25. Januar 1913.

2) Diese Zeitschr. **13**, 217, 1912.

daß die rote Lithiumlinie 6708 im Widerspruch mit einer Regel von Preston durch ein Magnetfeld in ein (wenigstens nahezu normales) Triplett gespalten wird[1]). Die Messungen von Back[2]) an vier Lithiumlinien lehren, daß innerhalb der Beobachtungsfehlergrenzen die Spaltung den normalen Wert hat.

Es ist nun natürlich eine sehr interessante Frage, ob die Lithiumlinien wirklich sehr dicht beieinander liegende Doppellinien sind, oder nicht. Im ersteren Falle setzen Paschen und Back mit Recht die Lithiumlinien mit den übrigen von ihnen untersuchten Doppellinien in Analogie, aber auch sie nennen die Lithiumlinie 6708 eine „theoretische Doppellinie", weil man sie niemals als Doppellinie hat beobachten können.

Das ist mir nunmehr mit Hilfe der in der vorhergehenden Mitteilung[3]) beschriebenen Methode gelungen.

Da Glas durch erhitztes Lithium stark angegriffen wird, tut man gut daran, in die Glasröhre ein kleines eisernes oder kupfernes Schälchen zu bringen, wodurch die Lebensdauer der Röhrchen wenigstens verlängert wird.

Man beobachtet im Spektrum zweiter Ordnung eines großen Rowlandschen Gitters.

Da sich über das Rot der zweiten Ordnung das Blau der dritten Ordnung legt, sieht man im Absorptionsspektrum die Absorptionslinie 6708 merkwürdigerweise als eine blaue Linie. Wenn die Dampfdichte gering wird, so löst sich die Linie in zwei feine Komponenten auf. Hierdurch wird bewiesen, daß der Schluß, der aus dem Gesetz für die Serien gezogen worden ist, richtig ist. Die Komponente der Doppellinie mit der kleineren Wellenlänge erschien als die intensivere. Was den Abstand der Komponenten voneinander betrifft, so konnte nur eine rohe Schätzung mit Hilfe eines Okularmikrometers angestellt werden. Diese ergab für den gegenseitigen Abstand der Komponenten ungefähr $^1/_4$ Ångström. Aus der empirischen Regel, nach welcher der Abstand der Doppellinien dem Quadrate des Atomgewichts proportional ist, würde folgen, daß beim Lithium der Abstand $6 \times \frac{7^2}{23^2} = 0{,}6$ Ångströmeinheiten sein müßte.

Der gefundene Abstand ist erheblich geringer.

1) Voigt, diese Zeitschr. **13**, 217, 1912.
2) Back, Anhang zu der Arbeit von Paschen und Back, a. a. O.
3) Wood u. Zeeman, Verh. Koninkl. Akad. van Wetenschappen te Amsterdam 1913, S. 1163; diese Zeitschr. **14**, 405, 1913.

(Nach Verh. Koninkl. Akad. van Wetenschappen te Amsterdam 1913, S. 1164—1165, aus dem Holländischen übersetzt von Max Iklé.)

(Eingegangen 27. März 1913.)

Über die Selbstaufladung von Photozellen im Dunkeln und die Frage nach der aktiven Strahlung des Kaliums.

Von Hans Thirring.

Aus den Untersuchungen von Campbell und Wood, Elster und Geitel, Henriot und mehreren anderen geht mit ziemlicher Sicherheit hervor, daß die Alkalimetalle Kalium und Rubidium eine, wenn auch geringe Aktivität besitzen, die sich in der Fähigkeit kundgibt, die umgebende Luft zu ionisieren und die photographische Platte zu schwärzen. Über die Natur der Strahlung herrscht noch einige Unklarheit; die Beobachtungen der meisten Forscher führen jedoch zu dem Resultat, daß Kalium ein β-Strahler ist und α-Strahlen entweder gar nicht oder nur in äußerst geringem Maße emittiert[1]). Ein Umstand, der allerdings für eine α-Strahlung spricht, ist der von Strutt[2]) beobachtete, exzeptionell große Heliumgehalt der Mineralien des Kaliums. Man könnte nun vermuten, daß die α-Strahlen so wenig durchdringlich sind, daß sie sich deshalb der Beobachtung entzogen haben. Daher haben mehrere Autoren Untersuchungen angestellt über das Vorzeichen der Ladung, die von Kalium oder Kaliumsalzen im Dunkeln und im Vakuum abgegeben wird[3]). Dabei gelangten alle zum Resultat, daß negative Ladung emittiert wird, was also, wie zu erwarten, einer β-Strahlung entspricht. Allerdings führen L. Dunoyer und E. Müller diese Erscheinung auf die Wirkung der dunklen Wärmestrahlung zurück, so daß man es also hier überhaupt nicht mit einer spontanen aktiven Strahlung zu tun hätte, sondern mit einem Photoeffekt, hervorgerufen durch ultrarotes Licht.

Völlig im Widerspruch mit den zitierten Arbeiten steht eine Abhandlung von J. W. Woodrow[4]), die folgenden Versuch beschreibt: Eine Photozelle wird in einen vollkommen lichtdicht schließenden Kasten gebracht, die eine Elektrode geerdet, die andere, und zwar die Kaliumelektrode, mit einem Quadrantenelektrometer verbunden und die durch die Ionenabgabe eintretende Selbstaufladung mit Hilfe eines Kompensationswiderstandes gemessen. Es zeigte sich nun, daß sich das Kalium negativ auflud, dabei wurde nach einigen Stunden ein Sättigungswert des Potentials erreicht, der bei

1) E. Henriot, Ann. Chim. et Phys. **26**, 71, 1912.
2) Strutt, Proc. Roy. Soc. A. **81**, 278.
3) J. J. Thomson, Phil. Mag. **10**, 584, 1905; L. Dunoyer, C. R. **150**, 335, 1910; E. Müller, Verhandl. d. D. Phys. Ges. **11**, 72, 1909; Mc Lennan, Phys. Rev. **29**, 489, 1909; diese Zeitschr. **9**, 510, 1908; E. Henriot, l. c., S. 117.
4) J. W. Woodrow, Phys. Rev. **35**, 203, 1912.

den verschiedenen Zellen (es wurde Kalium, Cäsium und die flüssige *K-Na*-Legierung untersucht) zwischen 1,5 und 2,8 Volt variierte. Woodrow betont ausdrücklich, daß man es hier nicht mit einem Voltaeffekt zu tun habe, sondern daß die Aussendung der Partikeln eine spontane, wie bei den radioaktiven Substanzen, sei. Als Argumente dafür führt er an, daß bei Kontrollversuchen, bei denen an Stelle des Alkalimetalls Quecksilber gebracht wurde, keine Selbstaufladung eintrat, und ferner, daß die Höhe des Aufladepotentials unabhängig war vom Material der geerdeten Elektrode der Photozelle.

Woodrow maß auch den Strom, der vom Kalium zum Elektrometer ging, und konnte daraus die Zahl der pro Sekunde ausgesendeten Partikeln berechnen, vorausgesetzt, daß jedes ein Elementarquantum trug. Ferner berechnete er die Anzahl der an der Oberfläche liegenden Atome überhaupt und fand für den Quotienten der beiden Größen: $3 \cdot 10^{-9}$. Nun ist diese Zahl für die Annahme einer radioaktiven Strahlung weitaus zu groß, denn selbst unter der Voraussetzung, daß auch die aus tieferen Schichten des Metalls losgeschossenen Partikeln noch die Oberfläche durchdringen, erhielte man für das Kalium eine Abklingungskonstante von der Größenordnung 10^{-12} bis 10^{-14} während in Wirklichkeit — vorausgesetzt, daß Kalium überhaupt aktiv ist — diese Konstante den Wert 10^{-20} schwerlich überschreiten dürfte. Außerdem beobachtet Woodrow eine ziemlich erhebliche Temperaturabhängigkeit, so daß schon aus diesem Grunde die Erscheinung nicht gut auf die Radioaktivität der untersuchten Metalle zurückzuführen ist.

Es soll nun im folgenden gezeigt werden, daß es sich hier um einen reinen Voltaeffekt handeln dürfte. Nimmt man die Tatsache als gegeben an, daß Kalium seine Umgebung bis zu einem gewissen Maß ionisieren kann (das muß wohl nach den letzten Untersuchungen von Henriot usw. als erwiesen gelten), so ist ein Effekt wie der von Woodrow beobachtete von vornherein zu erwarten. Denn, wie schon Arrhenius[1]) zeigte, verhält sich ionisiertes Gas so wie ein Elektrolyt, und die Verdünnung spielt dabei gar keine wesentliche Rolle[2]). Es wird also eine Kaliumphotozelle, die lichtdicht eingekapselt ist, ein galvanisches Element mit sehr großem inneren Widerstand darstellen. Die elektromotorische Kraft wird nicht unbedeutend sein, weil Kalium und Platin, das meist als Gegenelektrode verwendet wird, gerade die beiden Endpole der Voltaschen Spannungsreihe sind. Quecksilber hat dagegen bloß eine Kontaktpotentialdifferenz von ca. 0,1 Volt gegenüber Platin, es würde also bei sonst gleichen Verhältnissen der Strom von einer *Hg*-Zelle nur etwa 40mal so schwach sein wie bei der Kaliumzelle. Dazu kommt dann noch der Unterschied im inneren Widerstand der beiden Zellen. Für die *Hg*-Zelle kommt wegen der Inaktivität des Quecksilbers bloß die natürliche Ionisation infolge der durchdringenden Strahlung in Betracht. Nun ist nach Henriot[1]) die Leitfähigkeit eines Gases bei Gegenwart von Kaliumsalzen in der Ionisationskammer etwa 6mal so groß als die natürliche, durch spontane Ionisation allein hervorgerufene Leitfähigkeit; über einer blanken Kaliumoberfläche dürfte der Unterschied noch größer sein. Es ist also verständlich, warum bei der Kleinheit des Effektes überhaupt die Beobachtungen beim Quecksilber ein negatives Resultat ergeben.

Ein Kriterium dafür, ob eine spontane Emission von positiven Partikeln stattfindet oder ob ein Voltaeffekt vorliegt, liefern offenbar Versuche, bei denen die Ionisation in der Zelle durch künstliche Mittel von außen her gesteigert wird. Setzen wir zunächst den Fall, daß eine Art von α-Strahlung stattfindet: dann wird das Kalium sich allmählich auf ein negatives Potential aufladen, die Spannungsdifferenz zwischen den beiden Elektroden der Zelle wird aber einen Ionisationsstrom hervorrufen, der die Aufladung zu vermindern trachtet. Schließlich tritt ein Gleichgewichtszustand ein, bei dem in der Zeiteinheit die gleiche Menge von positiven Partikeln emittiert wird, als durch den Ionisationsstrom zurückgeführt wird. Die Zahl der ausgesandten Partikeln ist bei der aktiven Strahlung unabhängig von den äußeren Bedingungen, während die Zahl der zurücktransportierten von dem Ionisierungszustand abhängt. Bei Steigerung der Ionisierung tritt demnach eine Verschiebung des Gleichgewichts in dem Sinne ein, daß das Sättigungspotential niedriger wird.

Falls man es dagegen mit einem Kontaktpotential zu tun hat, dann darf der Ionisierungszustand auf die Höhe des erreichten Potentials keinen wesentlichen Einfluß ausüben, dagegen wird natürlich die Aufladegeschwindigkeit bei Verringerung des inneren Widerstandes wachsen.

Zur Entscheidung der Frage nach der Ursache der Selbstaufladung wurden also Versuche in der folgenden Weise angestellt: Die

1) Arrhenius, Wied. Ann. **33**, 638, 1888.
2) W. Hallwachs, Verhandl. d. D. Phys. Ges. **14**, 639, 1912.

1) Henriot, l. c., S. 57.

Kaliumelektrode einer Elster- und Geitelschen Photozelle wurde mit dem Ladestift eines Einfadenelektrometers mit der Empfindlichkeit von ca. 30 partes pro Volt und der Kapazität von ca. 3 cm verbunden. Die andere Elektrode der Zelle, ferner das Gehäuse der Zelle und des Elektrometers sowie die Messingröhre, welche den 10 cm langen Zuleitungsdraht zwischen Zelle und Elektrometer umschloß, wurden geerdet, so daß die elektrostatische Abschirmung eine allseitige war. Nach Enterdung des Ladestiftes begann der Elektrometerfaden zu wandern und erreichte im allgemeinen nach etwa einer Stunde eine fixe Stellung. Dann wurde mit Hilfe einer bekannten Spannung geeicht; die so ermittelten Potentialwerte finden sich in Kolonne I der Tabelle, sie stimmen mit den von Woodrow gefundenen Werten gut überein. Die Verschiedenheiten in den Ablesungen an verschiedenen Tagen lassen sich leicht erklären durch die Schwankungen der spontanen Ionisation der Erdatmosphäre. Die Werte der Kolonne I geben ja nicht die elektromotorische Kraft E der Zelle selbst, sondern die Klemmenspannung:

Tabelle 1.
Sättigungspotential in Volt.

I ohne Ionisation		II mit Ionisation	
Datum		Datum	
14. I.	2,30	1. II.	2,75
29. I.	2,48	4. II.	2,70
30. I.	2,50	21. II.	2,70
21. II.	2,28	4. III.	2,70
22. II.	2,15	5. III.	2,65
24. II.	2,10		
25. II.	2,36		

(Die Hundertstel sind nur durch Schätzung abgelesen.)

$$V = E \frac{w_a}{w_i + w_a}.$$

Dabei ist w_i der innere Widerstand der Zelle und w_a der Widerstand der Luftsäule zwischen Zuleitungsdraht, Ladestift und Elektrometerfaden einerseits und Schutzzylinder und Elektrometergehäuse andrerseits. Diese Größen sind abhängig vom Momentanwert der durchdringenden Strahlung, der bekanntlich sehr großen Schwankungen unterliegt.

Um nun die Ionisation im Innern der Zelle allein zu vergrößern, wurde folgende Einrichtung getroffen: Ein γ-Strahler (ziemlich schwaches Präparat) wurde in einen bleiernen Hohlzylinder von 5 cm Wandstärke, 1 cm Bohrung und 12 cm Länge eingeschlossen und die Mündung dieser Bleikanone gegen die Photozelle gerichtet, so daß ein γ-Strahlenbündel von etwa 1 cm Durchmesser das Vakuum zwischen den beiden Elektroden der Zelle durchkreuzte. Der Effekt war, daß die Aufladegeschwindigkeit sich etwa um das 12—20fache vergrößerte, wie aus Tabelle 2 hervorgeht.

Tabelle 2.
Aufladungsdauer.

Potential in Volt	Zeit I ohne Ionisation	Zeit II mit Ionisation
1,0	6 Min.	35 Sek.
1,5	17 „	58 „
2,0	42 „	1 Min. 38 Sek.

Die Werte des Sättigungspotentials selbst änderten sich hingegen nicht sehr stark (Kolonne II von Tab. 1). Sie sind durchwegs etwas gewachsen, wie es ja unter der Voraussetzung, daß man es mit einem Voltaeffekt zu tun habe, zu erwarten war, denn nach Gl. (1) muß V bei kleiner werdendem w_i zunehmen. Für $w_i = 0$ würde $V = E$, also unabhängig von w_a sein, daher die etwas größere Gleichförmigkeit in den Ablesungen von Kolonne II.

Setzen wir für den Fall der Aufladung ohne Ionisation von außen (I) das Verhältnis $w_i : w_a$ gleich 1 : 6, also gleich dem oben angegebenen Verhältnis der spezifischen Widerstände von Luft bei Gegenwart von Kalium und ohne dasselbe, was ja bei ungefähr gleicher Dimensionierung von Zelle und Zerstreuungssystem (Zuleitungsdraht usw.) in grober Annäherung erlaubt ist, dann wird:

$$V = \frac{6}{7} E.$$

Dieses Verhältnis ist mit den Mittelwerten der Tab. 1 ganz gut verträglich, wenn die erste Kolonne V und die zweite E darstellt.

Hingegen lassen sich die gefundenen Resultate mit der Annahme einer spontanen Ausstrahlung von positiven Partikeln nicht in Einklang bringen, da unter dieser Voraussetzung eine Erniedrigung des Sättigungspotentials durch die Ionisation von außen hätte eintreten müssen.

Zusammenfassung: Die Selbstaufladung von Kaliumphotozellen im Dunkeln ist auf einen Voltaeffekt zurückzuführen. Die genannten Zellen wirken wie galvanische Elemente mit einer EMK von ca. 2,8 Volt und einem inneren Widerstand von der Größenordnung 10^{12} Ohm. Aus der Größe dieses Widerstandes läßt sich auf eine schwache Ionisation im Innern der Zelle schließen, was mit den Beobachtungen anderer Autoren über die Radioaktivität des Kaliums in Einklang steht.

Wien, Institut für theoretische Physik der Universität, 14. März 1913.

(Eingegangen 17. März 1913.)

Beitrag zur Kenntnis der langlebigen Aktiniumprodukte.

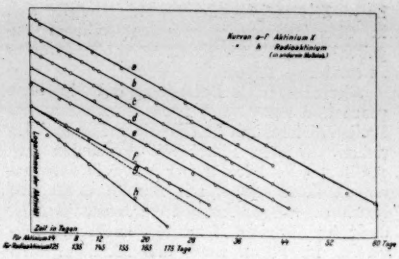
Von Otto Hahn und Martin Rothenbach.

Die zahlreichen Zerfallsprodukte aus der Uran-Radiumreihe und der Thoriumreihe sind heute bis auf ganz wenige Ausnahmen in ihren radioaktiven Eigenschaften recht genau bekannt. Für die langlebigen Glieder der Aktiniumreihe trifft dies in diesem Maße noch nicht zu. So sind weder das Radioaktinium noch das Aktinium X zum Zwecke der Aufnahme einer Abklingungskurve so rein hergestellt worden, daß ihre Aktivität ganz auf Null abgenommen hätte. Für die Bestimmung der Halbwertszeit wurde immer eine gewisse Restaktivität abgezogen, da die quantitative Abtrennung des Aktiniums von seinen Zerfallsprodukten nicht geringe Schwierigkeiten bereitet.

In der vorliegenden Arbeit haben wir die Körper Aktinium X, Radioaktinium und Aktinium selbst in im radioaktiven Sinne möglichst reinem Zustand hergestellt, um beim Aktinium X und Radioaktinium vor allem die Halbwertszeiten nachzuprüfen, beim Aktinium zu untersuchen, ob es nicht doch eine geringe elektroskopisch nachweisbare Strahlung emittiert.

Aktinium X: Für die Halbwertszeit des Aktinium X wird im allgemeinen der von Godlewski[1]) bestimmte Wert von 10,2 Tagen angenommen. Doch hat der eine von uns[2]) schon früher angegeben, daß dieser Wert augenscheinlich zu niedrig ist. Wir haben daher möglichst reines Aktinium X hergestellt, um die Zerfallsgeschwindigkeit nachzuprüfen. Die Herstellung der Aktinium-X-Präparate geschah in folgender Weise: In einer radiumfreien Aktiniumlösung wurde das Radioaktinium und Aktinium mit Ammoniak ausgefällt und nach ca. zweistündigem Stehen auf dem Wasserbade filtriert. Im angesäuerten Filtrat wurde nach Zugabe von etwas Eisen die Ammoniakfällung in derselben Weise wiederholt und aus dem Filtrat durch eine Bariumsulfatfällung das Aktinium X abgetrennt. Zur Messung wurde das Präparat mit 0,05 mm Aluminium luftdicht bedeckt, um das Entweichen jeder Spur von Emanation zu verhindern. Es gelangten also nur β-Strahlen zur Messung, was zur Erreichung von Sättigungsstrom notwendig war.

Die mit den erhaltenen Aktinium-X-Präparaten aufgenommenen Abklingungskurven nahmen alle nach Null ab, so daß die Präparate als reines Aktinium X anzusprechen sind.



Die Figur zeigt eine Anzahl der erhaltenen logarithmischen Kurven (a—f). Sie sind alle gerade Linien und entsprechen einer Halbwertszeit von $11{,}6 + 0{,}1$ Tagen. Zum Vergleich ist gestrichelt eine Gerade (g) hinzugefügt, die der bisher als richtig angenommenen Halbwertszeit von 10,2 Tagen für das Aktinium X entspricht. Wie man sieht, liegt diese weit außerhalb der Versuchsfehler.

Radioaktinium: Das Radioaktinium haben wir in der Weise hergestellt, daß in einer sehr schwach salzsauren Aktiniumlösung nach Hinzufügen von etwas Zirkon dieses durch Natriumthiosulfat abgetrennt und die Fällung durch Wiederauflösen und Umfällen von eventuell mitgerissenem Aktinium gereinigt wurde.

Es wurde eine Anzahl derartiger Präparate gewonnen und der durch Nachbildung des Aktinium X bedingte Aktivitätsanstieg und die spätere Abnahme unter verschiedenen Bedingungen der Strahlenausnutzung untersucht. Die erhaltenen Kurven decken sich sehr gut mit den theoretisch berechneten, wenn die Werte von 19,5 Tagen und 11,6 Tagen als Halbwertszeiten für Radioaktinium und Aktinium X angenommen werden.

Ursprünglich reines Radioaktinium nimmt erst nach etwa 100 Tagen exponential ab. In der Kurve h der Figur sind die Logarithmen der Aktivität eines Radioaktiniumpräparates vom 115. bis zum 174. Tage nach seiner Herstellung aufgezeichnet. Die Messung geschah wiederum mittels β-Strahlen. Nach dieser Zeit betrug die Aktivität nur noch etwa 1 Proz. des Maximalwertes und ließ sich nicht mehr genau verfolgen, da man die Messungen mittels α-Strahlen wegen der starken Emanationsstörungen nicht fortsetzen konnte. Eine nach 450 Tagen vorgenommene Prüfung des Präparats auf noch vorhandene α-Aktivität ergab praktisch die Aktivität Null. Das Radioaktinium enthielt also keinerlei meßbare Restaktivität.

Aus der logarithmischen Abklingungskurve und aus mehreren anderen, die nicht über so

1) T. Godlewski, Phil. Mag. **10**, 35—45, 1905; Jahrb. d. Rad. **3**, 134—167, 1906.
2) O. Hahn, diese Zeitschr. **10**, 81—88, 1909.

lange Zeit aufgenommen wurden, ergibt sich in Übereinstimmung mit den früheren Angaben[1, 2] die Halbwertszeit des Radioaktiniums zu rund 19,5 Tagen.

Aktinium: Die Darstellung des Aktiniums geschah derartig, daß nach Abtrennung des Radioaktiniums mit Natriumthiosulfat das Aktinium aus dem Filtrat mit Ammoniak ausgefällt wurde. Die Fällung wurde in verdünnter Salzsäure gelöst, mit Bariumchlorid und Natriumazetat versetzt und dieses zur Abscheidung des Aktinium X mit Kaliumchromat ausgefällt. Im Filtrat wurde das Aktinium nach Zusatz von Chromisalz mit Ammoniak abgetrennt. Sämtliche Fällungen wurden wiederholt, dabei aber möglichst schnell gearbeitet, um die Nachbildung von Radioaktinium während der Reinigung des Aktiniums auf ein Minium zu beschränken.

Die so erhaltenen Aktiniumpräparate zeigten anfangs nur eine sehr geringe α-Aktivität. Die β-Aktivität ließ sich überhaupt nicht messen. Die Zunahme geschah anfangs langsam, später schneller, um dann allmählich wieder langsamer zu werden, ganz wie es für die Aktivitätszunahme durch die direkte Bildung von Radioaktinium und die dann folgende des Aktinium X zu erwarten war.

Die α-Anfangsaktivität der früher von dem einen von uns[3]) hergestellten reinen Aktiniumpräparate betrug rund 2,5 Proz. der Maximalaktivität. Es war daher die Frage offen, ob die 2,5 Proz. von einer eigentlichen Strahlung des Aktiniums herrührten oder geringen Beimengungen von Radioaktinium und Aktinium X zuzuschreiben seien. Die jetzt hergestellten Aktiniumpräparate nahmen im Verlauf von etwa 3—4 Monaten mehrere hundertmal zu an α-Aktivität, und die Zunahme der β-Strahlung war noch größer. Die Anfangsstärke betrug etwa 0,2—0,3 Proz. der Maximalaktivität und schien von α-Strahlen (wohl von Spuren Radioaktiniums) herzurühren. Es ist also im höchsten Maße unwahrscheinlich, daß dem Aktinium selbst eine mit den üblichen elektroskopischen Methoden nachweisbare Strahlung zukommt. Möglicherweise besitzt es aber eine sehr stark absorbierbare β-Strahlung, wie sie z. B. vor einiger Zeit für das ebenfalls vorher für strahlenlos gehaltene *Ra D* mit Hilfe der Aufnahme des magnetischen Spektrums der β-Strahlen nachgewiesen wurde[4]).

Zusammenfassung: Es wurde reines Aktinium X hergestellt. Seine Halbwertszeit beträgt 11,6 Tage gegen 10,2 Tage, wie früher angenommen.

Es wurde reines Radioaktinium hergestellt. Seine Halbwertszeit beträgt 19,5 Tage in Übereinstimmung mit dem bisher angenommenen Wert.

Es wurde in radioaktivem Sinne reines Aktinium hergestellt. Falls ihm eine α-Strahlung zukommt, so kann diese nur 0,2—0,3 Proz. der Maximalaktivität betragen, während die elektroskopisch gemessene β-Aktivität sich in noch engeren Grenzen halten muß.

Berlin, Chemisches Institut der Universität.

(Eingegangen 19. März 1913.)

1) O. Hahn, diese Zeitschr. **7**, 855—865, 1906.
2) F. Giesel, Chem. Ber. **40**, 3011, 1907.
3) O. Hahn, l. c.
4) O. v. Baeyer, O. Hahn u. L. Meitner, diese Zeitschr. **12**, 378—379, 1911.

Über das Prinzip der kleinsten Formänderungsarbeit.

Von Theodor Pöschl.

Herr Professor H. Lorenz hat auf S. 71 bis 74 des vorliegenden Bandes dieser Zeitschrift das Resultat gefunden, daß das Prinzip der kleinsten Formänderungsarbeit

$$L_i = \text{Min.} \qquad (1)$$

in Verbindung mit der Gleichheit der inneren Arbeit L_i und der äußeren Arbeit L_a:

$$L_i = L_a \qquad (2)$$

als Nebenbedingung äquivalent ist mit der Forderung, die auftretenden Deformations- bzw. Spannungsgrößen so zu bestimmen, daß sie die Bedingung erfüllen:

$$L_i - 2L_a = \text{Min.}^1) \qquad (3)$$

Zum Beweise wurde der Ritzsche Ansatz herangezogen. Die von Lorenz gegebene Ableitung setzt voraus, daß L_i eine homogene quadratische Form der Verschiebungen und ihrer Ableitungen, L_a eine homogene lineare Form der Verschiebungen allein ist. Zum Beweise dieses Lorenzschen Ansatzes ist aber der Umweg über die Methode von Ritz ganz unnötig, und es mögen daher über die direkte Begründung des Ansatzes einige Bemerkungen gestattet sein. Die beiden angegebenen Formen des Prinzips der kleinsten Formänderungsarbeit erweisen sich als in gewissem Sinne analog den beiden in der Dynamik bekannten Prinzipien von Euler und Hamilton. Die Gleichung (2) vertritt die Energiegleichung.

Wir wollen hier einen direkten Beweis für

1) Inzwischen ist im 6. Heft (**14**, 253, 1913) eine Erwiderung von Herrn Professor v. Kármán erschienen, worauf hier ebenfalls verwiesen werden möge. Herr v. Kármán weist nach, daß es sich in Gleichung (3) um ein Maximum handelt. (Nachtrag bei der Korrektur.)

die Identität beider Formen des Prinzips liefern, und der wird offenbar geführt sein, wenn wir aus dem ersten das zweite allgemein ableiten können. Dazu wollen wir uns der Einfachheit halber auf eine Dimension beschränken, die Erweiterung auf mehrdimensionale Kontinua bietet keine Schwierigkeiten. Der Lorenzsche Satz erweist sich als spezieller Fall eines allgemeineren, den wir so formulieren:

Es sei l_i eine homogene Funktion $m$ten Grades der abhängigen Veränderlichen $y_1, y_2, \cdots y_r$ und ihrer Ableitungen $y_1', y_2', \cdots y_r'; y_1'' \cdots y_r''; \cdots$ beliebig hoher Ordnung (wobei stets $y' = \frac{dy}{dx}$ und x die unabhängige Veränderliche bedeutet), und l_a eine homogene Funktion $n$ten Grades der Veränderlichen $y_1, y_2 \cdots y_r$ allein; dann ist das Variationsproblem

$$L_i = \int_1^2 l_i \, dx = \text{Extrem.} \qquad (1')$$

in Verbindung mit der Integralnebenbedingung:

$$L_i - L_a = \int_1^2 (l_i - l_a)\, dx = 0, \qquad (2')$$

(wobei natürlich (i. a.) nicht $l_i - l_a = 0$ ist) äquivalent dem Problem

$$nL_i - mL_a = \int_1^2 (nl_i - ml_a)\, dx = \text{Extrem.} \qquad (3')$$

ohne Nebenbedingung.

Nach den allgemeinen Regeln der Variationsrechnung hätten wir mit Hilfe des Multiplikators λ die Funktion zu bilden:

$$L^* = l_i + \lambda (l_i - l_a) \qquad (4)$$

und aus den Lagrangeschen Gleichungen für diese Funktion L^* und aus (2') die Größen $y_1 \cdots y_r$ und λ zu bestimmen. Bei der vorausgesetzten besonderen Beschaffenheit von l_i und l_a führt aber der folgende Vorgang viel rascher zum Ziele:

Da nach Voraussetzung

$$l_i = \frac{1}{m} \sum_j \left(y_j \frac{\partial l_i}{\partial y_j} + y_j' \frac{\partial l_i}{\partial y_j'} + y_j'' \frac{\partial l_i}{\partial y_j''} + \cdots \right)$$

$$l_a = \frac{1}{n} \sum_j y_j \frac{\partial l_a}{\partial y_j}, \qquad (5)$$

so wird (2')

$$L_i - L_a = \frac{1}{mn} \int_1^2 \sum \left[y_j \frac{\partial (nl_i - ml_a)}{\partial y_j} + \right.$$

$$\left. + y_j' \frac{\partial (nl_i - ml_a)}{\partial y_j'} + y_j'' \frac{\partial (nl_i - ml_a)}{\partial y_j''} + \cdots \right].$$

Wenn wir nun alle Glieder unter dem Integralzeichen mit $y_j', y_j'', \cdots$ durch partielle Integration umformen, und der Kürze halber

$$nl_i - ml_a = \Phi \qquad (6)$$

setzen, so folgt

$$L_i - L_a = \frac{1}{mn} \int_1^2 \sum y_j \left[\frac{\partial \Phi}{\partial y_j} - \frac{d}{dx} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial y_j'} \right) + \right.$$

$$\left. + \frac{d^2}{dx^2} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial y_j''} \right) - \cdots \right] dx + \frac{1}{m} \sum \left[y_j \frac{\partial l_i}{\partial y_j'} \right]_1^2 +$$

$$+ \frac{1}{m} \sum \left[y_j' \frac{\partial l_i}{\partial y_j''} \right]_1^2 -$$

$$- \frac{1}{m} \sum \left[y_j \frac{d}{dx} \left(\frac{\partial l_i}{\partial y_j''} \right) \right]_1^2 + \cdots = 0. \qquad (7)$$

Diese Gleichung ist erfüllt, wenn die Summanden einzeln verschwinden. Da die y_j offenbar nicht Null sein können (außer in einzelnen Punkten), so folgen daraus zunächst die Lagrangeschen Gleichungen des Variationsproblems

$$nL_i - mL_a = \int_1^2 (nl_i - ml_a) dx = \int_1^2 \Phi dx = \text{Extrem.}$$

in der Form

$$\frac{\partial \Phi}{\partial y_j} - \frac{d}{dx} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial y_j'} \right) + \frac{d^2}{dx^2} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial y_j''} \right) - \cdots = 0$$

$$(j = 1, 2 \cdots n).$$

Die Glieder außerhalb des Integralzeichens geben die zu erfüllenden Grenzbedingungen, deren Bedeutung leicht zu erkennen ist. Beschränken wir uns z. B. auf eine Variable y, so wird bei festen Enden zu setzen sein:

$$[y]^1 = [y]^2 = 0,$$

für ein freies Ende 2 würde dann folgen:

$$\left[\frac{\partial l_i}{\partial y'} \right]^2 = \left[\frac{\partial l_i}{\partial y''} \right]^2 = \left[\frac{d}{dx} \frac{\partial l_i}{\partial y''} \right]^2 = 0,$$

wovon die erste das Verschwinden der der Dehnung y' entsprechenden Spannung, die zweite das Verschwinden des der Krümmung y'' entsprechenden Biegungsmomentes, und das dritte das Verschwinden der zugehörigen Transversalkraft bedeutet. Für $m = 2$, $n = 1$ folgt der Lorenzsche Ansatz. Die Allgemeinheit der auf diese Weise erhaltenen Bedingungen läßt wenig zu wünschen übrig. Der oben angegebene Satz ist übrigens bezüglich l_a noch einer Erweiterung fähig, doch kommt diese praktisch nicht in Betracht. Der Lagrangesche Faktor λ in (4) ergibt sich zu

$$\lambda = \frac{m}{n - m},$$

wenn $n \neq m$. Die notwendige strengere Begründung für den Zusammenhang der beiden

Variationsprobleme hat natürlich von der Gleichung (4) auszugehen.

Prag, am 12. März 1913.

(Eingegangen 17. März 1913.)

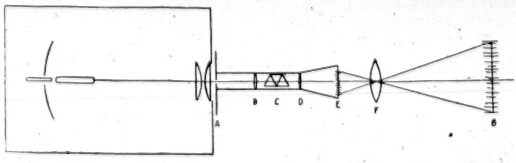
Ein Verfahren zur Demonstration von Spektralplatten in ihren richtigen Farben.

Von Manne Siegbahn.

Die jetzt üblichen Projektionsapparate lassen sich im allgemeinen zur direkten Demonstration der Spektren nicht verwenden wegen der Konstruktion der Bogenlampen. Diese sind meistens so eingerichtet, daß der hell leuchtende Krater zur Beleuchtung dient und sie können deswegen nur ein kontinuierliches Spektrum geben. Ferner ist die Methode mit getränkten Kohlen, wenn eine passende Bogenlampe vorhanden ist, nur dazu verwendbar, die diesbezüglichen Spektra zu demonstrieren; zur Demonstration z. B. der Funkenspektra ist sie aber nicht benutzbar.

Bei der hier zu beschreibenden Projektionsmethode lassen sich die Spektra in ihren richtigen Farben einem größeren Hörerkreis zeigen. Es werden dabei gewöhnliche Spektralphotographien (Positive) verwendet, die aber mit dem kontinuierlichen Spektrum der Projektionslampe beleuchtet werden. Um die vollkommen richtige Farbe zu bekommen, muß nur das kontinuierliche Beleuchtungsspektrum dieselbe Dispersion besitzen wie das Linienspektrum der zu projizierenden Platte. Man verfährt daher einfach so, daß man das erwünschte Spektrum mit demselben Spektralapparat photographiert, der später zur Projektion dienen soll.

Die Anordnung ist aus der Figur ersichtlich.



Am besten benutzt man dabei ein Geradsichtprisma (C), das das vom Spalt A kommende Licht (durch Linse B parallel gemacht) spektral zerlegt. Mit Hilfe einer zweiten Linse D wird das kontinuierliche Spektrum auf die zu projizierende Platte E geworfen. Die letztere wird jetzt so eingestellt, daß jede Linie mit ihrer richtigen Farbe beleuchtet wird. Dies gelingt selbstverständlich nur dann, wenn das photographierte Spektrum die richtige Dispersion besitzt. Ist aber die Platte mit eben dem Apparat $A\,B\,C\,D$ aufgenommen, so ist dies der Fall.

Eine Projektionslinse F wirft ein vergrößertes Bild der farbenbeleuchteten Platte auf einen Schirm G, der am besten mit einer Skalenteilung in Ångströmschen Einheiten versehen ist. Seinem Zwecke nach sind die Platten bei ziemlich großer Spaltbreite aufzunehmen; ebenso ist die Spaltbreite beim Projizieren verhältnismäßig groß zu wählen, um größere Helligkeit zu erzielen.

(Eingegangen 14. Januar 1913.)

Eine neue Type von Kleinmotoren für Laboratoriumsgebrauch.

Von Bruno Thieme.

Die Kleinmotoren für Laboratorien bedürfen ganz besonderer Ausführung, da sie wechselnd beansprucht werden und außerdem eine weitgehende Regulierung ihrer Tourenzahl nötig ist. Die Motoren für das Laboratorium müssen eine möglichst vielfache Verwendung gestatten. Bald ist mit ihnen irgendein Modell anzutreiben, bald wieder dienen sie zum Erzeugen von Wind, oder sie sollen das Handwerkszeug ersetzen und zum Bohren, Treiben von Modellen usw. dienen. Die zu lösende Aufgabe müßte demnach sein, einen möglichst frei beweglichen Motor zu schaffen, der weitgehend in seiner Tourenzahl reguliert werden kann und nach Belieben durch einen Griff auf Vor- und Rücklauf zu schalten ist, ohne erst lästige Drahtverbindungen herstellen zu müssen.

Fig. 1 zeigt die gewählte Konstruktion (Type PLT) mit Einsatz zum Bohren. Das Bohrfutter gestattet auch ein Einspannen verschiedener Gegenstände, welche zur Rotation gebracht werden sollen, was für gewisse Laboratorien von großem Vorteil ist. Der Motor, wie ihn die Abbildung zeigt, ist durch ein 2 m langes Vierfach-Kabel mit einem kleinen Kasten verbunden, welcher einen Ausschalter, einen Regulierwiderstand und einen Umschalter trägt. Dieser Kasten übersteigt bei den gebräuchlichen Motoren ($^1/_{16}$ PS) in seinen Abmessungen nicht

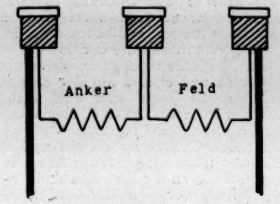


Fig. 1.

die Ausdehnung von 20 cm. Die Kabelenden sind zu einer Anschlußdose geführt, durch welche der Motor mittels Stechkontakt an die Betriebsleitung angeschlossen werden kann. Die technischen Teile der Widerstände und Schalter sind staubsicher angebracht, so daß nur die Schaltgriffe hervorsehen.

Während des Arbeitens wird dieser Schaltkasten so auf die Erde oder auf den Arbeitstisch aufgesetzt, daß eine freie Beweglichkeit

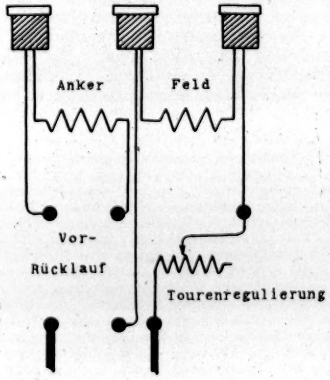


Fig. 2.

des Motors beim Arbeiten gesichert ist. Die Kabelschnur ist durch eine Armierung gegen Verletzung geschützt und hindert beim Bohren mit dem Motor nicht. Beim Fräsen oder Bohren wird das Schnurrad oder der Ventilatorflügel von der einen Achsenseite des Motors entfernt und der Motor mit beiden Händen an seinen Füßen angefaßt und mit der Bohrerspitze auf die zu bohrende Stelle aufgesetzt.

Auf diese Weise ist es bei möglichst senkrechter Führung des Motors ohne weiteres möglich, freihändig Löcher in Metalle oder Marmor usw. zu bohren. Bei der Bearbeitung von

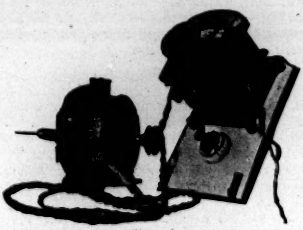


Fig. 3.

Metallen ist es ratsam, die Bohrstelle mit Petroleum zu tränken, um eine übermäßige Erhitzung des Bohrers und damit eine schnelle Abnutzung desselben zu vermeiden. Von Zeit zu Zeit sind die Düsen abzuschrauben und mit Öl zu füllen, um ein Heißlaufen der Welle zu verhindern. Die Tourenregulierung kann von 2400 Touren in der Minute bis zu 0 Touren in der Minute geschehen.

Der Motor hat sich in seiner Konstruktion in dauernden Betrieben vielfach bewährt und ist durch seine handliche Form ein unentbehrliches Handwerkszeug in Laboratorien geworden.

Physikalisches Laboratorium Thieme, Berlin, den 21. Januar 1913.

(Eingegangen 15. Februar 1913.)

BESPRECHUNGEN.

E. H. Amagat, Notes sur la physique et la thermodynamique. Extraites des Comptes rendus de l'Académie des sciences. gr. 8. III u. 146 S. m. 14 Figuren. Paris, A. Hermann et Fils. 1912. Fr. 6.—

Dieses Buch vereinigt alle diejenigen C.-R.-Noten des Autors, die nicht schon in seine größeren Abhandlungen (zwischen 1872 und 1893 in den Annales de Chimie et Physique erschienen) aufgenommen worden sind.

Der größte Teil der vorliegenden Noten betrifft den „inneren Druck" und damit in Zusammenhang auch die spezifische Wärme der Flüssigkeiten. Beginnend von 1894 bis 1912 hat Herr Amagat immer wieder versucht, zu einer begrifflich befriedigenden und physikalisch fruchtbaren Fassung des Begriffes „innerer Druck" vorzudringen. Zuerst rein thermodynamisch — ausgehend von der Unterscheidung zwischen äußerer Arbeit $p\,dv$ und innerer Arbeit

$$\frac{\partial U}{\partial v}\,dv = \left(T\frac{\partial p}{\partial T} - p\right)dv = \pi\,dv$$

wird zunächst die Größe π als innerer Druck an-

gesprochen. Das erweist sich aber bald als unbefriedigend. Deshalb wird später unter Heranziehung des Virialsatzes

$$KT = \frac{3}{2} pv + \frac{1}{2} \Sigma r\varphi(v) = \frac{3}{2} (p + \pi') v$$

der Größe π' die Rolle des „inneren Druckes" zugewiesen. π und π' sind natürlich total verschieden (z. B. $\pi = 1222$ Atm. $\pi' = -2066$ Atm.). Schließlich wird noch die Größe

$$\Pi = \frac{p_0 v_0 - pv}{v}$$

als „totaler innerer Druck" bezeichnet (p_0, v_0 die zusammengehörigen Druck-Volumwerte für einen solchen Zustand des Gases, in dem es schon als ideales Gas angesehen werden kann).

Für Luft, Stickstoff, Sauerstoff bei 0^0 im Druckintervall 1—3 Atmosphären und für Kohlensäure bei 50^0 im Druckintervall 60 cm bis 3 Atm. zeigt sich sehr genau die Relation

$$\pi' \text{ proportional zu } \frac{1}{v^2}$$

erfüllt. Es wird daraus auf eine schwerlich zwingende Weise der Schluß gezogen, daß die Anziehungskraft zwischen den Molekülen $\varphi(v)$ umgekehrt proportional zu v^4 ist. Um dann weiterhin die Differenzen zwischen π' und Π aufzuklären, entschließt sich der Autor, die Annahme einzuführen, daß jedes Molekül von einer Ätherhülle umgeben ist, die bei Kompression dem Mariotteschen Gesetz genügen soll. Diese theoretischen Konstruktionen schließen sich nicht zu irgendeinem deutlichen Bild zusammen. In enger Beziehung zu diesen Studien über den Begriff und die Gesetze des „inneren Druckes" beschäftigen sich einige Noten mit der Verbesserung der Zustandsgleichung, insbesondere im Gebiete hoher Kompression. Bekanntlich hat Herr Tammann neuerdings in seinen Untersuchungen über die „Thermodynamik der Einstoffsysteme" wieder nachdrücklich auf jene Amagatschen Untersuchungen hingewiesen und betont, daß gerade im Gebiete sehr hoher Drucke (500 bis 3000 Atm.) sich sehr einfache Verhältnisse ergeben.

Einige weitere Noten beziehen sich auf das Gesetz der übereinstimmenden Zustände, auf Kristallisation durch Druckerhöhung, auf einige Instrumente, auf die Frage, ob die Entropie bei allen irreversiblen Prozessen wirklich zunehmen müsse, sowie auf die Frage, welcher Fundamentalexperimente und Schlüsse man bedarf, um die Zahlwerte der drei Proportionalitätskoeffizienten in den drei magnetisch-elektrodynamischen Formeln von Coulomb, Laplace und Ampère auseinander herzuleiten.

Man wird Herrn Amagat Dank wissen für die Herausgabe dieser zerstreuten Noten, deren Lektüre sehr anregend ist; anregend insbesondere auch an denjenigen Stellen, an denen man nicht ohne weiteres den theoretischen Konstruktionen des Autors zustimmen möchte. P. Ehrenfest.

R. A. Houstoun, An Introduction to Mathematical physics. gr. 8. IX u. 199 S. m. 75 Figuren. London, Longmans, Green & Co. 1912. sh. 6.— net.

Für Studenten, welche Differential- und Integralrechnung bereits gelernt haben und die elementare Mechanik und Physik völlig beherrschen, werden hier die typischen mathematischen Hilfsmittel, die man in den theoretisch-physikalischen Vorlesungen immer wieder braucht, an Hand passenden Materials dargelegt: Elemente der Potentialtheorie und Hydrodynamik; Fourierreihen, Wärmeleitung und Wellenbewegung; Einleitung in die Thermodynamik und einiges aus der elektromagnetischen Lichttheorie (nach einer wohl allzu kurzen Einführung der Maxwellschen Gleichungen werden aus ihnen die wichtigsten Folgerungen gezogen, z. B. Ausbreitung elektromagnetischer Wellen, Feld eines Hertzschen Dipols, Poyntingsches Theorem, Fresnelsche Formeln für Reflexion und Brechung).

Die Ableitung der Grundformeln ist sehr einfach und klar und es werden alle Hilfsmittel vollständig an Ort und Stelle beigebracht. Wenn man einem Anfänger ein Buch nennen soll, wo er eine übersichtliche Ableitung dieser oder jener Grundformel der theoretischen Physik finden kann, wird man oft mit gutem Nutzen auch auf dieses Buch verweisen können. Es geht natürlich nicht besonders weit. Immerhin findet man hier (in sehr guter Darlegung) solche Dinge, wie die Verwertung von $f(x+iy)$ für Strömungsprobleme, Transformation von $\Delta V = 0$ auf krummlinige Koordinaten und ähnliches. Am Ende jedes Abschnitts werden einige instruktive Übungsfragen vorgelegt.

P. Ehrenfest.

F. Rinne, Elementare Anleitung zu kristallographisch-optischen Untersuchungen vornehmlich mit Hilfe des Polarisationsmikroskops. (2. Aufl. von „Das Mikroskop im chemischen Laboratorium".) gr. 8. 161 S. mit 368 Abbildungen im Text und 4 Tafeln. Leipzig, Dr. M. Jänecke. 1912. M. 5.60

Die Tendenz des Buches ist die gleiche wie diejenige des „Mikroskops im chemischen Laboratorium", dessen 2. Auflage es darstellt. Es soll den Chemiker und den angehenden Mineralogen in einfache kristalloptische, speziell mikroskopische Untersuchungen einführen. Die dem Hauptteil vorausgehenden geometrisch-kristallographischen Darstellungen haben eine erhebliche Erweiterung erfahren, besonders ausführlich ist dabei auch die stereographische Projektion mit ihren vielfachen Anwendungsmöglichkeiten behandelt. Im Hauptteil haben die mannigfachsten mikroskopischen Hilfsattribute wie Zeichen- und Photoapparate, Beleuchtungs-, Verdunkelungs-, Erhitzungs- und Abkühlungsvorrichtungen u. a. eine anschauliche und leicht verständliche Schilderung erfahren. An vielen Stellen habe ich das bekannte didaktische Geschick des Verfassers bewundert. Auf eine Ableitung der gebrachten Formeln und Beziehungen ist im allgemeinen verzichtet worden, auch sind mehrfach an Stelle strengerer Formeln Annäherungsformeln gesetzt. Daher wird der Anfänger, dem ich das Buch zur Orientierung auf kristallographischem Gebiete empfehlen kann, die von Rinne zitierten Bücher von Liebisch, Wülfing u. a. öfters zu Rate ziehen müssen. Johnsen.

F. Bolte, Leitfaden für den Unterricht in der Physik. Zum Gebrauche an Navigationsschulen. Dritte umgearbeitete Auflage, vermehrt durch ein Kapitel über drahtlose Telegraphie an Bord von Oberlehrer W. Culmann. gr. 8. XIII, 216 S. mit 319 Ab-

bildungen. Braunschweig, Friedr. Vieweg & Sohn. 1912. Gebunden M. 4.—

Der von dem Direktor der Hamburger Navigationsschule bearbeitete Leitfaden bringt den Stoff, den sich der Schiffsoffizier für die nautischen Prüfungen aneignen muß. Bis auf den letzten Abschnitt ist es etwa das Pensum der O III und U II einer Realanstalt, das in dem Buche durch zahlreiche, den einzelnen Paragraphen angefügte Aufgaben, die meist den Verhältnissen an Bord entnommen sind, belebt ist, und dem natürlich Abschnitte eingefügt sind, die den Anforderungen der Nautik an die Physik genügen. So sind z. B. die verschiedenen Barometerformen eingehender besprochen, ferner das Thomsonsche Lot, Schallsignalapparate an Bord, Fresnelsche Linse, Erdmagnetismus und Schiffskompaß, unterseeische Schallsignale usw. In der Elektrizitätslehre wird die Erzeugung und Leitung des Starkstroms ausführlicher behandelt. Den Schluß des Buches bildet ein von Oberlehrer Culmann verfaßter Abschnitt über drahtlose Telegraphie, der — dieser Auflage neu angefügt — etwa das enthält, was in der Sonderprüfung für die Leitung drahtloser Bordstationen an theoretischen Kenntnissen gefordert wird. Es wird hier nur das Telefunkensystem berücksichtigt und natürlich besonders eingehend die Anordnung der neuen Bordstationen der Telefunkengesellschaft besprochen.

Das Buch, das sich fast durchweg durch klare Darstellung auszeichnet, läßt überall die Absicht erkennen, ein bestimmtes Wissen zu übermitteln; daraus erklärt es sich auch, daß gelegentlich nur Resultate angegeben werden, bisweilen mit dem Zusatz „wie hier nicht bewiesen werden kann". Dem Charakter des Lernbuches würde noch mehr Rechnung getragen werden, wenn mehr von fetterem Druck und Sperrdruck für wichtige Gesetze usw. Gebrauch gemacht würde. Im einzelnen sei noch folgendes bemerkt: Wünschenswert wäre, daß die Ziffern der Fig. 310 auch in den Text der §§ 145—147 eingeführt würden. Bei einer Neuauflage könnte wohl einiges seiner geringen Bedeutung wegen fortfallen, wie z. B. die Elektrisiermaschine und die Influenz in dem Abschnitt über Reibungselektrizität, dafür ließe sich vielleicht etwas über Wellen und bei der Akustik etwas über Resonanz einfügen; beides Dinge, die für das Verständnis des letzten Abschnittes von Bedeutung sind. Ferner ersetzt man wohl dann auch einige häßliche oder perspektivisch schlecht gezeichnete Figuren durch neue, wie Fig. 67, 256, 267, 283 usw. Mögen diese Einzelheiten das Urteil über das Buch, das mir durchaus brauchbar zu sein scheint, nicht beeinflussen.

—Charlottenburg. Fr. A. Willers.

P. H. Eykman, L'Internationalisme scientifique. (Sciences pures et lettres). Avec un avant-propos du Prof. Paul S. Reinsch. gr. 8. XII u. 108 S. u. 614 Notes. La Haye, Publication du Bureau préliminaire de la fondation pour l'internationalisme. 1911.

Das Buch enthält eine Aufzählung derjenigen internationalen Gesellschaften, die wissenschaftliche Zwecke verfolgen, ihrer Organisation, Ziele und Arbeiten, der Zeitschriften, die sie herausgeben, und der Preise, die sie für wissenschaftliche Leistungen verleihen. Riesenfeld.

W. Glikin, Kalorimetrische Methode. Ein Leitfaden zur Bestimmung der Verbrennungswärme organischer Körper, einschließlich Nahrungsstoffe und Stoffwechselprodukte und zur Messung der tierischen Wärmeproduktion. Lex. 8°. VIII u. 208 S. m. 51 Textfiguren. Berlin, Gebrüder Borntraeger. 1911. M. 10.—

Der Verfasser hat, ohne die notwendigen physikalischen Vorkenntnisse zu besitzen, eine Anzahl Arbeiten, Lehrbücher und Tabellenwerke über Kalorimetrie kritiklos extrahiert. Der Stoff ist nicht systematisch geordnet, noch weniger verarbeitet. Große, rationelle und kleine Kalorie werden ständig verwechselt! Riesenfeld.

G. W. C. Kaye and T. H. Laby, Tables of physical and chemical constants and some mathematical functions. VIII u. 153 S. London, Longmans, Green and Co. 1911. Sh. 4/6.

Eine besonders für Engländer bestimmte — daher Vergleich des englischen mit dem *c-g-s*-Maßsystem — Sammlung physikalisch-chemischer Konstanten mit angehängter Logarithmentafel. Der Inhalt entspricht etwa einem kurzen Auszug aus Landolt-Börnstein. Die Zahlen scheinen kritisch und zweckmäßig zusammengestellt. Über die Brauchbarkeit der Tabellen könnte nur langjährige Benutzung entscheiden. Riesenfeld.

M. La Rosa, Der Äther. Geschichte einer Hypothese. Vortrag, gehalten in der „Biblioteca filosofica" von Palermo. Aus dem italienischen Manuskript übersetzt von Dr. K. Muth. kl. 8. 116 S. Leipzig, J. A. Barth. 1912. M. 2.50

In eleganter Klarheit — zum Teil in sympathisch-temperamentvoller Art — zeigt der Verfasser seiner nichtfachmännischen Zuhörerschaft, welche Rolle der Äther im Laufe der Jahrhunderte gespielt hat, und welche ihm jetzt von der Relativitätstheorie zugewiesen wird. —

Die Übertragung ins Deutsche ist vorzüglich.

H. Hörig.

M. Galka, Technische Mechanik. Erster Teil. (Aus der Sammlung „Kollegienhefte", herausgegeben von Prof. Dr. Foehr, Friedrichs Polytechnikum Coethen. Bd. IX.) gr. 8. XII u. 147 S. mit 64 Abbildungen. Leipzig, S. Hirzel. 1911. Gebunden M. 6.—

Das kleine Buch ist ursprünglich dazu bestimmt, als „gedrucktes Kollegheft" in die Vorträge am städtischen Polytechnikum Köthen mitgenommen zu werden, und ist zu diesem Zwecke für handschriftliche Ergänzungen mit leeren karierten Blättern durchschossen. Der Gedanke ist jedenfalls gut, wenn auch nicht neu; geschmacklos wirkt nur die etwas aufdringliche Art, mit der bei dieser Gelegenheit im „Vorwort" auch der „akademische" Charakter der Köthener Vorträge durch den Herrn Direktor der Anstalt — nicht durch den Verfasser — immer wieder betont wird. Sachlich ist das Buch im übrigen recht gut geschrieben und enthält in ver-

ständlicher und dabei wissenschaftlich einwandfreier Darstellung das Wesentlichste aus der Mechanik starrer Systeme, soweit es der Durchschnittstechniker braucht. Erfreulich ist dabei, daß auch die Dynamik durch gut gewählte Beispiele (z. B. die Behandlung der Auflagerkräfte an schwingenden Systemen, Glocken usw.) gehörige Berücksichtigung gefunden hat. Die Figuren sind deutlich und durchweg als technische Skizzen ausgeführt, eine Äußerlichkeit zwar, die aber für die Verbindung von Theorie und Praxis in der Schule nicht ohne Wert und deshalb anzuerkennen ist. A. Pröll.

Friedrich Uppenborn, Lehrbuch der Photometrie. Nach dem Tode des Verfassers bearbeitet und herausgegeben von Berthold Monasch. Mit 254 in den Text gedruckten Abbildungen. gr. 8. IX u. 420 S. München u. Berlin, R. Oldenbourg. 1912. M. 12.—, gebunden M. 15.—

Das Werk behandelt in erschöpfender Weise das gesamte Gebiet der technischen Photometrie und zeichnet sich vor allem aus durch eine klare Sprache und Darstellung, sowie durch die steten Hinweise auf Beispiele aus der Praxis.

Die einleitenden Abschnitte behandeln sehr eingehend die physiologischen und geometrischen Grundlagen. Erfreulich ist es, wie die Berücksichtigung physiologischer Verhältnisse auch in allen späteren Abschnitten zur Geltung kommt. Selbstverständlich werden ferner die Lichteinheiten und Zwischenlichteinheiten besprochen, sowie die verschiedenen Photometer für Laboratorium und Straße, sodann auch alle Hilfsmittel zur Aufnahme der Lichtausstrahlungskurven, wie Integratoren usw.; ebenso auch, besonders eingehend, das Photometrieren verschiedenfarbiger Lichtquellen.

Der verstorbene Verfasser, Stadtbaurat in München, hat in keiner der deutschen Kommissionen gefehlt, die sich mit der Frage der Normalisierung der elektrischen Lichtquellen befaßten. Demzufolge findet man in ganz besonderer Ausführlichkeit alle Vorschriften und Methoden der Normal-Photometrie besprochen, und zwar das Photometrieren „des Gases", gemeint ist Gaslicht, sowie der elektrischen Glüh- und Bogenlampen. Den Schluß bildet ein Abschnitt über das Photometrieren von Scheinwerfern, ein in der Literatur bisher noch nie behandelter Gegenstand. Felix Jentzsch.

Personalien.

(Die Herausgeber bitten die Herren Fachgenossen, der Redaktion von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Habilitiert: An der Universität Padua Dr. A. Signorini für rationelle Mathematik, an der Technischen Hochschule Graz der a. o. Professor an der Universität Graz Dr. Robert Kremann für physikalische Chemie.

Ernannt: Dr. Chatelet zum Dozenten der rationellen und angewandten Mechanik an der Universität Toulouse, Professor Dr. A. R. Forsyth zum Professor der Mathematik am Imperial College of Science and Technology in S. Kensington (London), der Assistent an der Sternwarte der Universität Göttingen Dr. Franz Pingsdorff zum Chef der astrophotographischen Abteilung der neuen Sternwarte in Santiago de Chile, der a. o. Professor der theoretischen Physik an der Universität Bern Dr. Paul Gruner zum ord. Professor an derselben Universität, der a. o. Professor an der Deutschen Technischen Hochschule Brünn Dr. Heinrich Tietze zum ord. Professor der Mathematik an derselben Hochschule, Dr. Hans Micheler zum Lektor für wissenschaftliche Photographie an der Technischen Hochschule Braunschweig, der Privatdozent an der Universität Berlin Dr. Issai Schur zum a. o. Professor der Mathematik an der Universität Bonn.

Berufen: Der ord. Professor der Physik an der Universität Lemberg Dr. Mar. v. Smoluchowski in gleicher Eigenschaft an die Universität Krakau.

Austauschprofessur: Der ord. Professor der Experimentalphysik an der Universität Würzburg Geheimrat Dr. W. Wien wird im Wintersemester 1913/14 Vorlesungen an der Columbia-Universität in New York halten.

Verliehen: Dem ord. Professor für Mathematik und Naturwissenschaften am Lyzeum Braunsberg Dr. Franz Niedenzu der Titel Geheimer Regierungsrat, dem Privatdozenten für Physik an der Universität Kiel Dr. Hermann Zahn der Titel Professor.

In den Ruhestand: Der ord. Professor der Chemie an der Universität Marburg Geheimer Regierungsrat Dr. Theodor Zincke (zum Herbst 1913), der Professor der Chemie und chemischen Technologie an der Tekniska Högskolan in Stockholm (und Mitglied der Nobelkommission für Chemie) Dr. Peter Klason (zum Herbst 1913).

Gestorben: Der ord. Professor der projektiven und beschreibenden Geometrie an der Universität Parma Dr. Mario Pieri, der frühere ord. Professor der Chemie und chemischen Technologie an der Technischen Hochschule Delft Dr. Ludwig Aronstein, der Erfinder des Schiffskreisels Dr.-Ing. Otto Schlick in Bremen (am 10. April), der Professor der Astronomie an der Universidad de Chile und Direktor des Observatorio Astronómico Nacional derselben Dr. Fr. W. Ristenpart in Santiago de Chile (früher Privatdozent an der Universität Berlin), der a. o. Professor der Chemie an der Universität Marburg Dr. Paul Fritsch, der frühere ord. Professor der Mathematik an der Technischen Hochschule Wien Hofrat Dr. Moriz Allé, der ord. Professor der Chemie uud Metallurgie am Civil Engeneering College in Calcutta William Tate in Sibpur (am 19. Februar), der Chemiker Karl Mayer (bekannt durch seine Arbeiten über das Trikolorimeter, am 4. März).

Angebote.

Physiker,

tüchtige Kraft, gesetzten Alters mit besonderen Erfahrungen in Lehrmittelapparaten sofort **gesucht.** Briefe mit Werdegang, Zeugnisabschriften und Gehaltsansprüchen befördert die Exped. dieser Zeitschrift unter **S. H. 396.**

Gesuche.

Physikerin mit Doktor- und Staatsexamen **sucht** in Berlin 2—3 Std. tägl. Beschäftigung. Unterricht od. Laborat. Briefe unt. **„Sch 2 D 8219"** bef. **Rudolf Mosse, Berlin W. 30,** Martin Lutherstr. 9.

Für die Redaktion verantwortlich Professor Dr. Friedrich Krüger in Danzig-Langfuhr. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.